Dr. Knuth Martens Wintersemester 2001/2002

Übung: Investitionsplanung

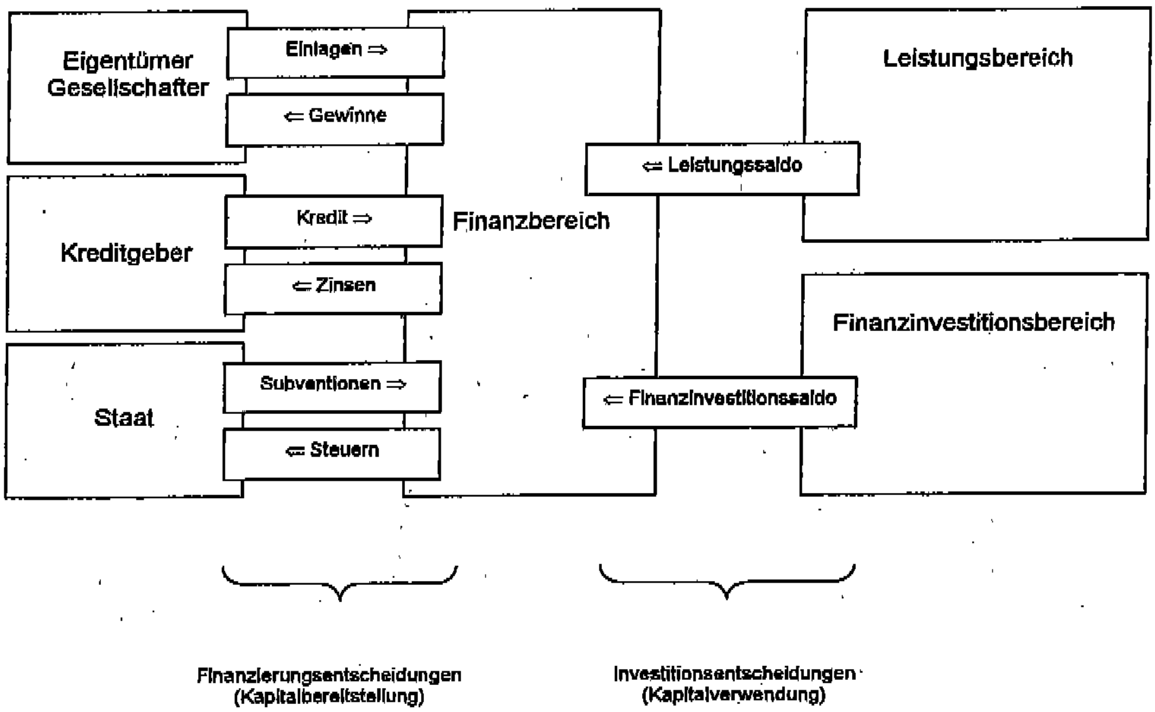
Ausgewählte Literatur:

- Bitz, M.: Investition, in: Vahlens Kompendium der BWL, Bd. 1, hrsg. von M. Bitz u.a., 4. Aufl. 1998, S. 107-173
- Blohm, H./Lüder, K.: Investition, 8. Aufl. 1995
- Breuer, W.: Investitionstheorie Bd. 1: Entscheidungen bei Sicherheit, 1. Aufl. 2000
- X Eisenführ, F.: Investitionsrechnung, 13. Aufl. 2000
- Franke, G./Hax, H.: Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt, 4. Aufl. 1999
- x Hax, H.: Investitionstheorie, 5. Aufl. 1993
- Kruschwitz, L.: Finanzierung und Investition, 2. Aufl. 1999
- Kruschwitz, L.: Investitionsrechnung, 8. Aufl. 2000
- Schmidt, R. H./Terberger, E.: Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie, 4. Aufl. 1999 (Nachdruck)
- Schneider, D.: Investition, Finanzierung und Besteuerung, 7. Aufl. 1992
- Spremann, K.: Wirtschaft, Investition und Finanzierung, 5. Aufl. 1996
- Swoboda, P.: Investition und Finanzierung, 5. Aufl. 1996

Wöhe, Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, S. 747 - 804
Schmalen, Grundlagen und Probleme der Betriebswirtschaft, S. 525 - 552

1. Die Aufgaben des Finanzbereichs

1.1. Leistungs-, Finanzinvestitions- und Finanzbereich des Unternehmens



Fokus auf Finanzbereich

a) Die **Finanzierungsentscheidungen** dienen der *Kapitalbereitstellung*. Dem liegen folgende *Liquiditätsbedingungen* zugrunde:

und Zahlungsmittelbes[illegible]

- in jedem Zeitpunkt eines Aktionsprogrammes sollen Auszahlungen durch Einzahlungen gedeckt sein (*Kongruenz der Zahlungsströme*).
- Das Aktionsprogramm muß daher an veränderte Gegebenheiten stetig angepaßt werden.
- Erforderlich ist eine zielorientierte Gestaltung der Zahlungsströme, d.h. eine Berücksichtigung von Zeitpräferenzen oder Risikopräferenzen der Kapitalgeber.
  Optimale Kombination von [illegible] und erwarteten [illegible] Auszahlungen an dem Unternehmen

b) Die **Investitionsentscheidungen** dienen der *Kapitalverwendung*. Dabei ist zu unterscheiden zwischen dem Leistungsbereich und de Finanzinvestitionsbereich:

aa) Leistungsbereich

	lfd. Leistungseinzahlungen (durch Erlöse)
./.	lfd. Leistungsauszahlungen (durch Kosten, ohne Investitionen)
=	Leistungssaldo vor Investitionen
./.	Investitionsauszahlungen
+	Einzahlungen aus Desinvestitionen
=	**Leistungssaldo** (nach Investitionen)

bb) Finanzinvestitionsbereich

Investitionen, die unabhängig vom Leistungsbereich erfolgen.

↳ Finanzinvestitionssaldo

1.2. Übung: Leistungs-, Finanzinvestitions- und Finanzbereich

Ein Unternehmen der Textilindustrie plant die Erweiterung von Produktionskapazitäten. Folgende Zahlungsströme sind bekannt:

Anschaffung von 2 Webmaschinen zu je 100 TDM
Neukreditaufnahme 300 TDM
Kapitalrückzahlung an ausgeschiedenen Eigentümer 400 TDM
Löhne und Gehälter 500 TDM
Kreditzinsen 200 TDM
Verkaufserlöse 400 TDM
Einlagen neuer Eigentümer 500 TDM

<u>Aufgabe 1:</u> Zuordnung der vorgenannten Zahlungsströme zu den Begriffen Leistungs- oder Finanzbereich

Lösung:

	Leistungsbereich	Finanzbereich
Anschaffung Webmaschinen	- 200 TDM	
Neukreditaufnahme		300 TDM
Kapitalrückzahlung		- 400 TDM
Löhne/Gehälter	- 500 TDM	
Kreditzinsen		- 200 TDM
Verkaufserlöse	400 TDM	
neue Einlagen		500 TDM
Summen	**- 300 TDM**	**200 TDM**

<u>Aufgabe 2:</u> Durch einen Fehler wurden Finanzinvestitionsein- und -auszahlungen nicht berücksichtigt. Wie hoch muß dieser Finanzinvestitionssaldo sein?

Lösung:

Finanzinvestitionssaldo	**100 TDM**	

Der Finanzinvestitionssaldo gehört zum Leistungsbereich, also links einzutragen.

Die Höhe des Finanzinvestitionssaldos muß so definiert sein, daß sich Leistungsbereich und Finanzbereich ausgleichen.

<u>Aufgabe 3:</u> Angenommen, der Finanzinvestitionssaldo betrüge 0 DM. Welche Maßnahmen wären erforderlich?

Lösung:

	Leistungsbereich	Finanzbereich
Zunächst		Aufstockung der Einlagen durch alte oder neue Gesellschafter (*Eigenkapitalbeschaffung*) oder Kreditaufnahme (*Fremdkapitalbeschaffung*) also Maßnahmen, die das Aktionsprogramm unberührt lassen
Dann	*Steigerung der Erlöse* oder *Senkung der Kosten* also Maßnahmen, die direkt auf den Leistungsbereich durchschlagen	

2. Grundlage von Investitionsentscheidungen

2.1. Investitionsbegriff

Definition: betrieblicher Vorgang, der zu unterschiedlichen Zeitpunkten Einzahlungen und Auszahlungen verursacht, und zwar zunächst Auszahlungen und anschließend Rückflüsse.

2.2. Investitionsarten

2.2.1. Realinvestitionen

Sie berühren nur den *Leistungsbereich*. Eine Unterscheidung kann nach zwei Kriterien erfolgen:

1. Unterscheidung:

Real **Investitionen**

materielle Investitionen | *immaterielle* Investitionen

2. Unterscheidung nach den Investitionsanlässen:

- *Gründungs*- oder *Erweiterungs*investitionen
- *Ersatz*investitionen (weil defekt oder zerstört)
- *Rationalisierungs*investitionen (weil nicht mehr zeitgemäß leistungsfähig)

(Überschneidungen, gerade bei Ersatz- und Rationalisierungsinvestitionen, sind möglich)

2.2.2. Finanzinvestitionen

Hierbei handelt es sich um reine Marktoperationen, bei denen Geld an andere Wirtschaftssubjekte oder Marktteilnehmer übertragen wird (z.B. Ausgabe von Wertpapieren).

2.3: Ermittlung der Zahlungsreihe der Investition

Eine Zahlungsreihe ist Ausgangsgröße für eine finanzwirtschaftliche Beurteilung eines Projektes.

a) Die Schritte für die Ermittlung der Zahlungsreihe:

(1) Abgrenzung des Projektes, derart, daß es möglichst alle Zahlungen erfaßt, die durch die Entscheidung ausgelöst werden

(2) Bestimmung der relevanten Zahlungen durch Abgleich mit einer Vergleichssituation (bzw. der Situation ohne Durchführung des Projektes). Relevant sind Änderungen des Zahlungsstroms, die durch das Projekt verursacht werden.

(3) Zeitliche Zuordnung der Zahlungsströme zu Perioden, d.h. Bestimmung äquidistanter Zeitpunkte (z.B. Abstand jeweils ein Jahr).

(4) Berücksichtigung der Unsicherheit.

(5) Festlegung des Planungszeitraums derart, daß ein "Abschneiden" der Zahlungsreihe keine Verfälschung des Projekts bedeutet. Im letzten Zeitpunkt der Zahlungsreihe müssen daher alle Zahlungen, die ggf. hinter dem Planungshorizont auftreten, als eine Position berücksichtigt werden.

b) Schwierigkeiten bei der Ermittlung der Zahlungsreihe:

- Erkennen der Zahlungen
- Unsicherheit, da Prognose erforderlich
- Zeitliche Zuordnung der Zahlungen
- Festlegung des Planungshorizonts und Prognose über Zahlungen hinter dem Planungshorizont

2.4. Übung: Ermittlung der Zahlungsreihe *(klausurrelevante Aufgabe!!!)*

Ein Unternehmen stellt in Serienfertigung die Produkte A und B her. Zusätzlich wird erwogen, das Produkt C zu produzieren. Die Entwicklung dieses Produktes hat bereits 200 TDM gekostet. Die Fertigungsanlage wurde vor 2 Jahren für 1.000 TDM gekauft. Es erfolgt eine lineare AfA auf 10 Jahre. Der Restwert nach 10 Jahren soll 200 TDM betragen. Falls das Produkt C produziert wird, sinkt dieser Restwert wegen der zusätzlichen Beanspruchung auf 5 TDM. Die Instandhaltungskosten stiegen von 50 TDM/Jahr auf 80 TDM/Jahr. Außerdem stiegen die Rüstkosten um 1 TDM/Monat. Für zusätzliches Material müßten 50 TDM/Jahr ausgegeben werden. Die Verkaufserlöse des Produktes C würden die bisherigen Verkaufserlöse von 220 TDM/Jahr auf 340 TDM/Jahr steigen lassen, wobei die Preise für die Produkte A und B fallen würden. Insgesamt würden sich die Verkaufserlöse wie folgt verteilen: 135 TDM/Jahr für Produkt A, 65 TDM/Jahr für Produkt B und 140 TDM/Jahr für Produkt C. Stellen Sie die Zahlungsreihe dar, die sich bei der Einführung des Produktes C ergibt.

Lösung:

Zuerst ist der Planungshorizont zu bestimmen. Im wesentlichen kommt es auf die Nutzung einer Maschine an, die bereits seit 2 Jahren vorhanden ist und insgesamt 10 Jahre abgeschrieben werden soll. Die Rest-AfA dieser Maschine beträgt daher 8 Jahre, so daß der Planungshorizont ebenfalls 8 Jahre beträgt.

Anschließend muß der Aufgabentext in alle einzelnen Sachverhalte zerlegt werden, um zu prüfen, ob der Sachverhalt eine relevante Zahlung darstellt oder nicht.

Daraus ergibt sich folgende Zahlungsreihe:

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
bisherige Entwicklungskosten	irrelevant, da nicht mehr beeinflußbar (sunk costs)								
Anschaffung der Fertigungsanlage	irrelevant, da nicht mehr beeinflußbar (sunk costs)								
geplanter Restwert	irrelevant, da keine Zahlung								
Reduzierung des Restwertes									- 195 TDM
steigende Instandhaltungskosten		- 30 TDM	- 30 TDM	- 30 TDM	- 30 TDM	- 30 TDM	- 30 TDM	- 30 TDM	- 30 TDM
steigende Rüstkosten		-12 TDM	-12 TDM	-12 TDM	-12 TDM	-12 TDM	-12 TDM	-12 TDM	-12 TDM
zusätzliche Materialkosten		- 50 TDM	- 50 TDM	- 50 TDM	- 50 TDM	- 50 TDM	- 50 TDM	- 50 TDM	- 50 TDM
steigende Verkaufserlöse		120 TDM	120 TDM	120 TDM	120 TDM	120 TDM	120 TDM	120 TDM	120 TDM
Aufteilung der Verkaufserlöse	irrelevant, da ergebnisneutral								
Ergebnis	0 TDM	28 TDM	28 TDM	28 TDM	28 TDM	28 TDM	28 TDM	28 TDM	- 167 TDM

Zahlungsreihe

2.5. Entscheidungssituationen

Bei der Planung eines Projektes findet sich der Investor und andere Beteiligte in verschiedenen Entscheidungssituationen, bei den verschiedene Entscheidungsprobleme zu berücksichtigen sind. Die Lösung der Entscheidungsprobleme ist eine Hauptaufgabe der Investitionsplanung.

1. Zunächst besteht das Entscheidungsproblem, ob eine Projektrealisierung erfolgt oder nicht. Es muß daher zwischen den Alternativen ***ja oder nein*** entschieden werden.

2. Es besteht aber auch die Möglichkeit, daß mehrere Projektmöglichkeiten zur Verfügung stehen. Dann muß eine ***Wahl zwischen mehreren sich einander ausschließenden Projekten*** getroffen werden.

3. Des weiteren muß eine *Wahl zwischen* ***Investitionsprogrammen*** getroffen werden. Unter Umständen zwingen mangelnde Finanzierungsmöglichkeiten dazu, eine Auswahl zwischen zwei gleich guten Projekten zu treffen. Möglicherweise müssen auch einzelne Elemente der verschiedenen Projekte kombiniert werden, um ***ein aus der Sicht des Investors finanzierbares optimales Investitionsprogramm*** zu entwickeln.

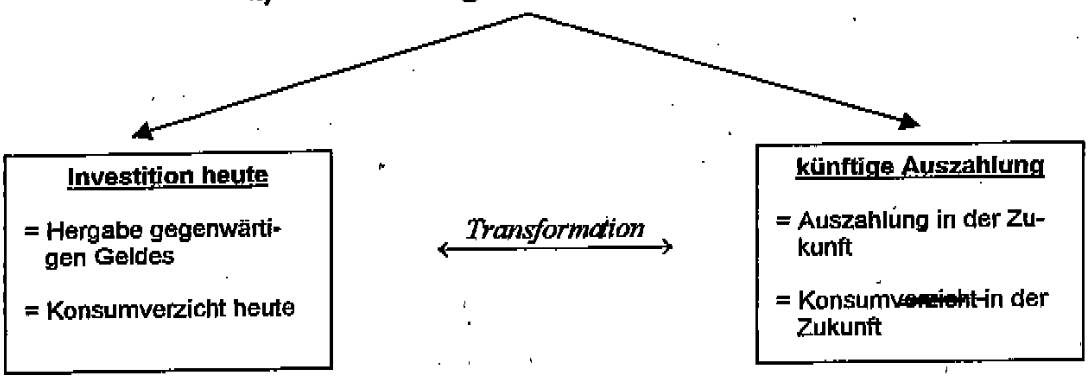
4. Eine weitere Entscheidungssituation ist die Frage der ***Dauer des Projektes.*** Die Frage hängt z.B. davon ab, wie lange ein Produkt auf dem Markt bleiben soll/kann (Produktlebenszyklus). Von der Entscheidung ist abhängig, wie viele äquidistante Zeitabschnitte die Zahlungsreihe enthalten soll.

2.6. Verzinsungserfordernisse der Investition

Der Investor möchte für seine Investition ein Entgelt erhalten. Je nach Risikopräferenz des Investors verlangt er ein Entgelt für den Tausch gegenwärtigen Konsums gegen zukünftigen Konsum oder ein Entgelt für die Übernahme eines Risikos.

2.6.1. Entgelt für intertemporalen Tausch

a) Entscheidungssituation des Investors



Die Transformation stellt ein Austauschverhältnis dar. Der Wert dieses Austauschverhältnisses wird ausgedrückt im ***Zins***.

b) Um den Wert des Austauschverhältnisses vereinfacht ermitteln zu können, müssen zwei **Annahmen** erfüllt bzw. Voraussetzungen gegeben sein:

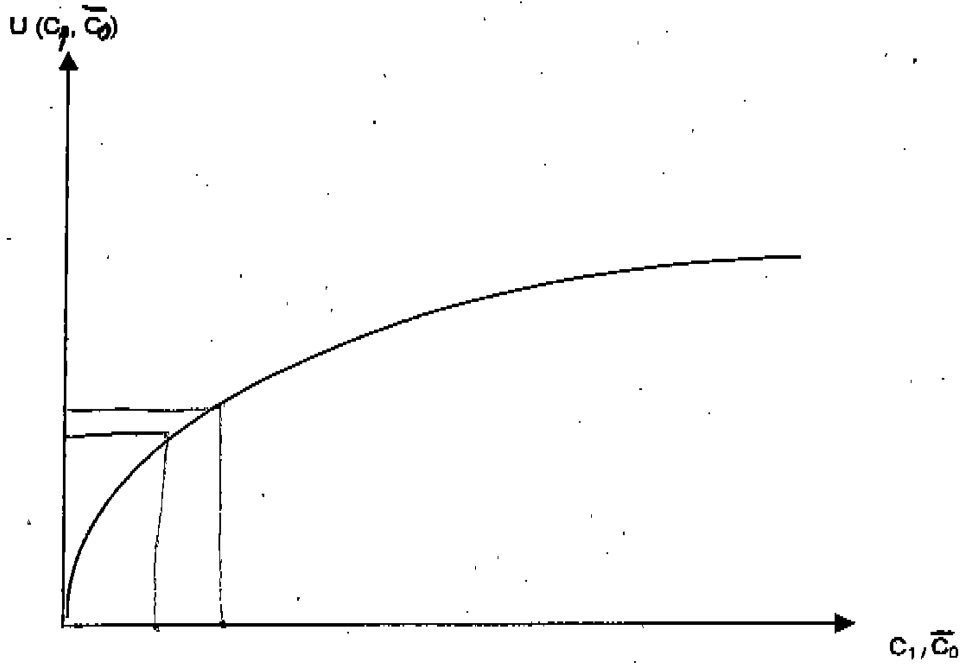
- Sämtliche Zahlungen sind ***sicher***, eine Entscheidung unter Unsicherheit verlangt nach weiteren Parametern.
- Es werden nur ***2 Zeitpunkte*** vergleichend betrachtet.

c) Das Austauschverhältnis wird bestimmt von dem Nutzen, den der Investor von der Investition hat. Der Zins ist daher abhängig von der **Nutzenfunktion** des Investors.

$$U = U(C_0, C_1)$$

<u>Grundaussage:</u> Der Nutzen des Investors wächst, wenn (C_0, C_1) in einem beliebigen Zeitpunkt wächst.

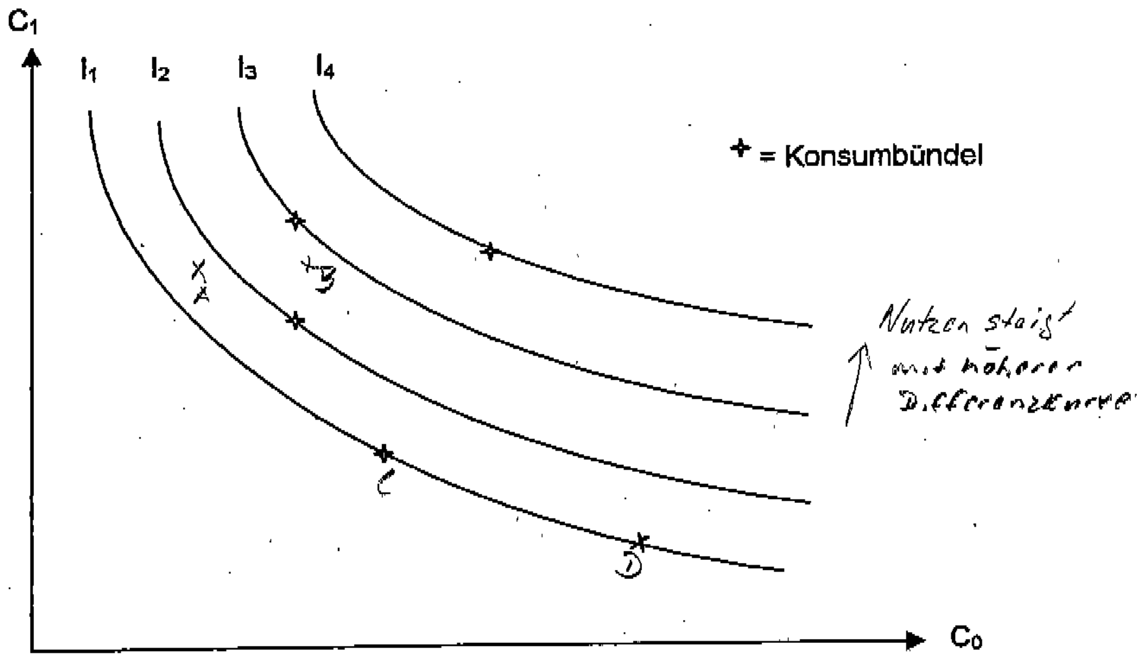
<u>Annahme:</u> Der Nutzen wächst jedoch nicht linear, sondern es gilt der Grundsatz vom ***abnehmenden Grenznutzen*** (je höher C ist, um so geringer ist der durch eine zusätzliche Einheit C erzeugte Nutzenzuwachs).



[C = Konsum]

d) Dargestellt wird in der Regel jedoch nicht eine einzelne Nutzenfunktion, sondern eine **Schar von Nutzenindifferenzkurven.**

Mehrere Konsumbündel führen zu einem gleichen Nutzen für den Investor. Der Investor ist daher indifferent, welches Konsumbündel, wer wählen soll. Die Schar von Nutzenindifferenzkurven ist dann graphisch betrachtet der geometrische Ort aller Konsumpositionen mit gleichem Nutzen.

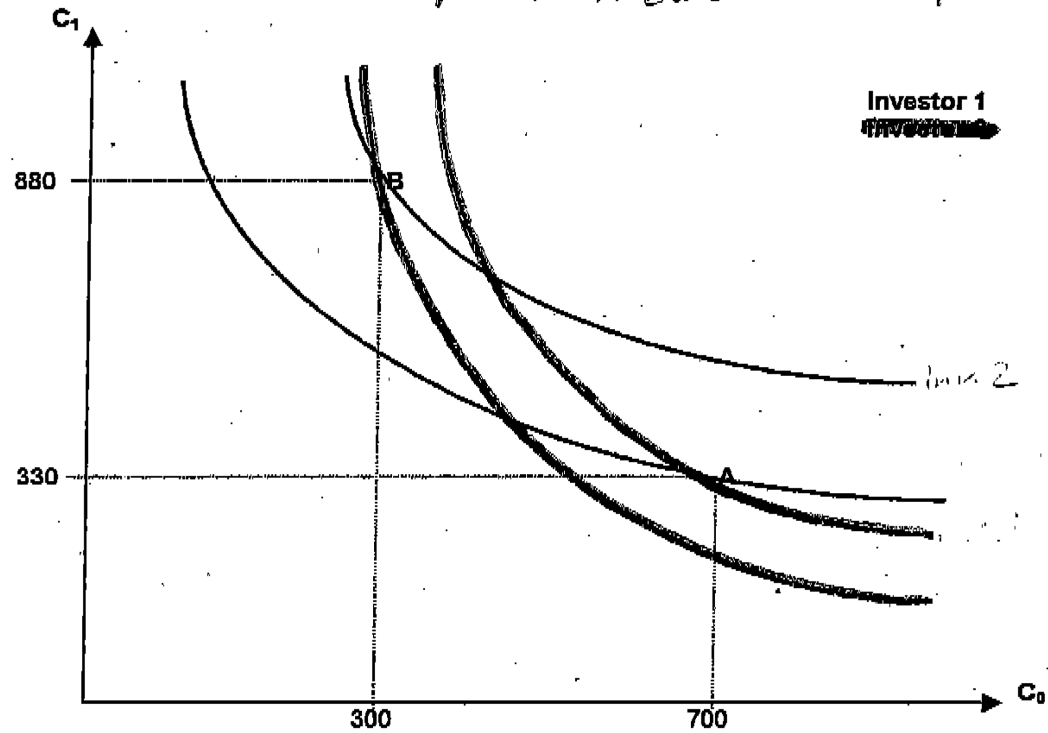


B > A > C ~ D

e) Der Nutzen (und damit die Investitionsentscheidung) des Investors ist abhängig von dessen **zeitlichen Konsumpräferenzen** (Gegenwarts- oder Zukunftspräferenz).

	C_0	C_1
Ausgangsposition A	700	330
+ Investitionsmöglichkeit	-400	550
= Position B	300	880 850

Wechsel von Konsumposition A zu B lohnend?



Investor 1 hat eine **Zukunftspräferenz**, da seine obere (optimale) Kurve Punkt B trifft.
Der Verlauf der Indifferenzkurve ist flacher.
Dem Investor ist der zukünftige Konsum wichtiger.
Er würde Position B (mit Investition) wählen.

Investor 2 hat eine [redacted], da seine obere (optimale) Kurve Punkt A trifft.
Der Verlauf der Indifferenzkurve ist steiler.
Dem Investor ist der heutige Konsum wichtiger.
Er würde Position A (ohne Investition) wählen.

Zeitl. Konsumpräferenzen sind entscheidend bei Investitionsentscheidungen, da Investitionen den heutigen Konsum belasten

f) Die Investitionsentscheidung kann jedoch auch von der Konsumpräferenz des Investors abgekoppelt werden (**Separation**). Der Grund hierfür liegt darin, daß es dem Investor weniger auf Konsum, als mehr auf ein **Vermögensstreben** ankommt.

aa) Hinreichende Bedingung für eine Separation (der Investitionsentscheidung von Konsumpräferenzen) ist ein **vollkommener Kapitalmarkt**. Dessen Voraussetzungen sind:

Einfuhr

(1) **Möglichkeit unbegrenzter Kreditaufnahme.** Dies bedeutet die Möglichkeit von Ergänzungsfinanzierungen unter Vermeidung eines Zahlungsmittelfehlbestandes, also die Erhöhung der benötigten Liquidität. Die Zahlungsströme können während der Laufzeit des Projektes also variiert (verschoben) werden, um den gewünschten Konsum zu erzielen. Maßnahmen der **Ergänzungs*finanzierung*** sind:

- Zusätzliche Kreditaufnahme
- Verzicht auf vorgesehene Tilgung
- Verzicht auf vorgesehene Geldanlage
- Auflösung einer vorhandenen Geldanlage.

heutige Einzahlung ⇐ **Ergänzungsfinanzierung** ⇐ spätere Einzahlung
heutige Auszahlung ⇒ **Ergänzungsfinanzierung** ⇒ spätere Auszahlung

Dementsprechend muß auch die **Möglichkeit unbegrenzter Geldanlage** bestehen. Maßnahmen der **Ergänzungs*investition*** sind:

- (Zusätzliche) Anlage von Geld
- Vorzeitige Kredittilgung
- Verzicht auf vorgesehene Kreditaufnahme
- Verzicht auf die vorgesehene Auflösung einer vorhandenen Geldanlage.

heutige Einzahlung ⇒ **Ergänzungsinvestition** ⇒ spätere Einzahlung
heutige Auszahlung ⇐ **Ergänzungsinvestition** ⇐ spätere Auszahlung

(2) Es gibt **nur einen Zinssatz** für Geldanlage und Kreditaufnahme:

$$r = r_S = r_H$$

(3) Es liegt eine **atomistische Marktstruktur** vor, d.h. der einzelne Marktteilnehmer kann den Preis am Kapitalmarkt wegen der großen Teilnehmerzahl nicht beeinflussen.

(4) Es fallen **keine Transaktionskosten** an.

(5) Es fallen **keine Steuern** an.

bb) Eine Separation (der Investitionsentscheidung von Konsumpräferenzen) ist auch **ohne einen vollkommenen Kapitalmarkt**, möglich, wenn gilt:

$$r_S > r_H$$

und weiter gilt:

Nur r_H ist relevant. Dies ist dann der Fall, wenn der Investor so viele eigene Mittel besitzt, daß er zur Finanzierung der Investition und zur Transformation der Zahlungsreihe in die gewünschte Konsumreihe keinen Kredit aufnehmen muß.

oder

Nur r_S ist relevant. Dies ist dann der Fall, wenn der Investor unabhängig vom Investitionsvorhaben verschuldet ist.

g) Beispiel für den Separationseffekt

Ziel: Veränderungen der Handlungsmöglichkeiten des Investors bei Separation.

Annahme: r = 0,1

Projekt A

Möglichkeit 1: Zukunftspräferenz des Investors

	C_0		C_1
Position A	700		330
+ Geldanlage am Kapitalmarkt als Ergänzungsinvestition	- 200	bei 10%	220
= Position A'	500		550

Möglichkeit 2: Gegenwartspräferenz des Investors

	C_0		C_1
Position A	700		330
+ Kreditaufnahme als Ergänzungsfinanzierung	+ 100	bei 10%	- 110
= Position A''	800		220

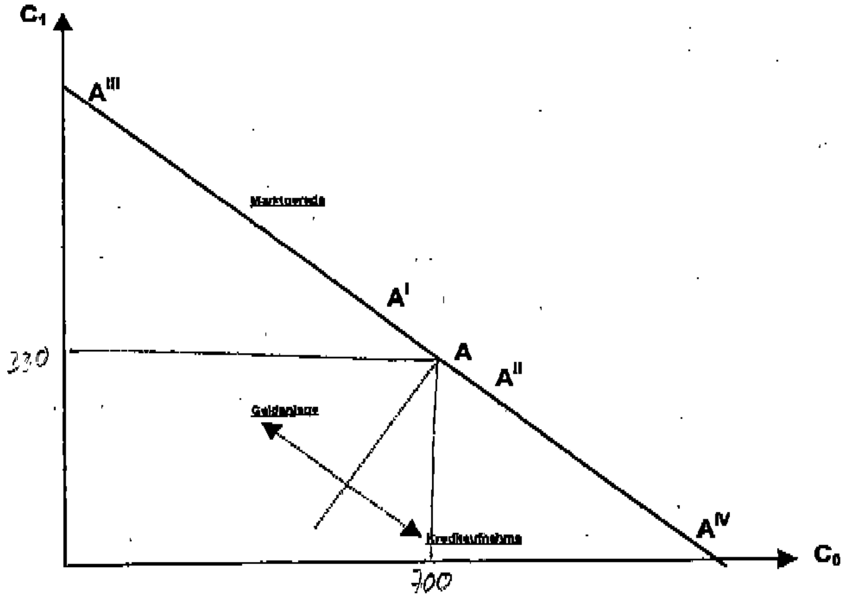
Möglichkeit 3: Konsum vollständig in t_1

	C_0		C_1
Position A	700		330
+ Geldanlage als Ergänzungsinvestition	- 700	bei 10%	770
= Position A'''	0		1100

Möglichkeit 4: Konsum vollständig in t_0

	C_0	C_1
Position A	700	330
+ Kreditaufnahme als Ergänzungsfinanzierung	300	bei 10% - 330
= Position A^{IV}	1000	0

Alle 4 Möglichkeiten graphisch:



Projekt B

Möglichkeit 1: Zukunftspräferenz des Investors

	C_0	C_1
Position A	700	330
+ Investition	- 400	550
= Position B	300	880
+ Kreditaufnahme zur Ergänzungsfinanzierung	500	bei 10% - 550
= Position B^{I}	800	330

Die Investition ist sinnvoll, da A und B in C_1 identisch sind, aber A und B^I in C_0 höher sind als in C_1.

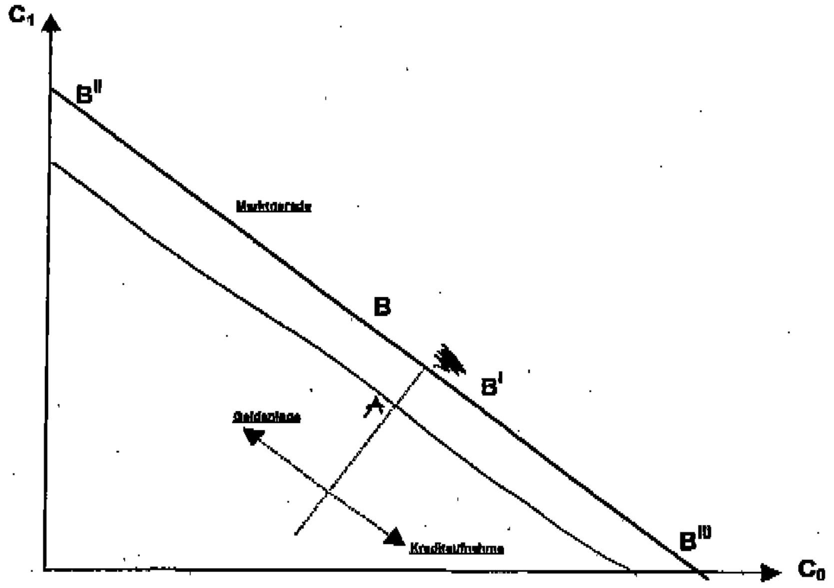
Möglichkeit 2: Gesamter Konsum in t_1

	C_0	C_1
Position B	300	880
+ Geldanlage als Ergänzungsinvestition	- 300	bei 10% 330
= Position B^{II}	0	1210

Möglichkeit 3: Gesamter Konsum in t_0

	C_0	C_1
Position B	300	880
+ Kreditaufnahme als Ergänzungsfinanzierung	800 bei 10%	- 880
= Position B'''	1100	0

Alle 3 Möglichkeiten graphisch:



Schlußfolgerungen

- Die Investitionsentscheidung ist unabhängig von der subjektiven Zeitpräferenz, da sich der Investor eine Position auf der Marktgeraden aussuchen kann.
- Für die Investitionsbeurteilung ist alleine maßgebend, welche Marktgerade durch die Investition erreicht wird. Grund: Der Investor kann über Markttransaktionen jede beliebige Position einer erreichten Marktgeraden einnehmen.
- Die Investitionsentscheidung läßt sich dann von der Konsumentscheidung separieren ("Fisher-Separation" oder auch "Äquivalenz von Marktwertmaximierung und Nutzenmaximierung").

2.6.2. Übung: Investitionsentscheidungen und Konsumpräferenzen

Folgendes Investitionsprojekt soll geprüft werden: Auszahlung heute 1.000 €, Rückfluß künftig 1.200 €. Zwei Investoren haben unterschiedliche Zeitpräferenzen. Investor A hat eine Konsumaustauschrate von 1,25 (Konsum in t_1 = 1,25 · Verzicht in t_0). Investor B hat eine Konsumaustauschrate von 1,15.

Frage 1: Wer hat die höhere Gegenwartspräferenz?

Frage 2: Wie beurteilen die beiden Investoren das Projekt?

Frage 3: Investoren erhalten die Möglichkeit, am Kapitalmarkt Geld zu 10% aufzunehmen bzw. anzulegen. Was hat das für Konsequenzen?

Lösung 1: A hat die höhere Gegenwartspräferenz, weil ihm mehr geboten werden muß als B, damit heute ein Konsumverzicht erfolgt.

Lösung 2:

Investor A: 1.000 · 1,25 = 1.250
1.250 (will er haben) > 1.200 (bekommt er nur,)
er wird Projekt ablehnen

Investor B: 1.000 · 1,15 = 1.150
1.150 (will er haben) < 1.200 (bekommt er sogar,)
er wird Projekt durchführen

Lösung 3:

	t_0	t_1
Position A	- 1000	1.200
Geldaufnahme	1000	
Rückführung		- 1100
Position B	0	100

Beide Investoren haben die Möglichkeit zur Geldaufnahme. Für beide Investoren ergibt sich ein Gewinn von 100, so daß beide das Projekt durchführen.

2.6.3. Entgelt für Risikoübernahme

- Ausgleich für Tausch sicherer Konsummöglichkeit gegen [illegible]

Sichere Zahlung in t_0		Unsichere Zahlung in t_1
= Aufgabe der sicherer Konsummöglichkeit heute	↯	= Erwartung einer künftigen Auszahlung aus Investition

Die **Risikoprämie (RP)** ist ein Begriff aus der Entscheidungstheorie. Beispiel:

Ein Investor hat die Wahl zwischen:

- Lotterie L = (100; 0,5; 0)
  L = (best case; Wahrscheinlichkeit; worst case)
  Erwartungswert (L) = μ = 50
- sicheres Ergebnis = 50 (es)

Die Entscheidung ist nun, da beide Möglichkeiten theoretisch zu einem gleichen Ergebnis führen, abhängig von der **Risikoeinstellung** des Investors. Der Investor kann sein:

- *risikoneutral*, d.h. ihm ist das Ergebnis egal.
- *risikofreudig*, d.h. er nimmt Risiko gerne in Kauf, ohne hierfür eine zusätzliche RP zu erhalten.
- risikoscheu = *risikoavers*, d.h. er lehnt Risiko nicht ab, aber er möchte eine zusätzliche RP als Sicherheitsäquivalent (SÄ). Wenn der SÄ des Investors hier bei 40 liegt, dann SÄ = 40 < μ = 50. Umgeformt bedeutet dies:

$$\mathbf{RP = \mu = SÄ}$$

Im Beispiel also: RP = 50 - 40 = 10.

U (SÄ = 40) = U (Lotterie mit μ 50)

3. Verfahren der ~~statischen~~ Investitionsrechnung

3.1. Durchschnittlicher jährlicher Gewinn

Es werden nicht Erträge und Aufwendungen mehrerer Jahre geschätzt und die Summe durch die Laufzeit geteilt, sondern es wird ein durchschnittliches, für die Laufzeit repräsentatives Jahr angenommen.

durchschnittlicher jährlicher Ertrag

./. **durchschnittliche jährliche laufende Kosten**

./. **durchschnittliche jährliche Abschreibungen**

Dies ist der Betrag, der im Durchschnitt jedes Jahr zurückgewonnen werden muß, damit sich die Anschaffungsausgabe (A) während der Nutzungsdauer (n) amortisiert: $\frac{A}{n}$ bzw. bei Existenz eines Restwertes: $\frac{A-R}{n}$

./. **durchschnittliche jährliche Zinskosten**

Annahme: A fließt im Zeitablauf gleichmäßig zurück. Erforderlich sind zwei Werte, das durchschnittlich gebundene Kapital und der (kalkulierte) Zins(fuß).

Durchschnittlich gebundenes Kapital = $\frac{A-R}{2}+R = \frac{A+R}{2}$

Durchschn. jährliche Zinskosten = $\frac{A+R}{2} * i$

= **durchschnittlicher jährlicher Gewinn**

Entscheidungsregeln:
1. Ein Projekt ist lohnend, wenn der durchschnittliche jährliche Gewinn > 0 ist.
2. Von mehreren Projekten ist das mit dem höheren durchschnittlichen jährlichen Gewinn vorzusehen. Voraussetzung: zeitliche Vergleichbarkeit der Projekte.

3.2. Übung: Durchschnittlicher jährlicher Gewinn

3.3. Durchschnittliche jährliche Kosten

3.4. Übung: Kostenvergleich

Ein Unternehmen benötigt Kugellager, die künftig mit neu anzuschaffenden Maschinen A oder B selbst produziert werden sollen. Folgende Daten der Projekte sind bekannt:

	A	B
Kapazität Stück/Jahr	90.000 €	135.000 €
Fixkosten/Jahr	55.000 €	75.000 €
Variable Kosten/Stück	1,15 €	1,00 €

Aufgaben:

a) Berechnung der Stückkosten bei voller Kapazitätsauslastung. Kann auf dieser Basis bereits eine Auswahl des Projektes erfolgen?

b) Welches Maschine wird bei einer erwarteten Auslastung von 90.000 Stück/Jahr gewählt?

c) Das Unternehmen nimmt ein zusätzliches Produkt in die Produktpalette auf, für das ebenfalls Kugellager benötigt werden. Der Gesamtbedarf beträgt jetzt insgesamt 190.000 Stück/Jahr. Wie viele Maschinen A und B sind sinnvoller Weise anzuschaffen?

Lösung a) Stückkosten:

A	B
$\frac{(90.000 \cdot 1{,}15)+55.000}{90.000}$ €	$\frac{(135.000 \cdot 1{,}00)+75.000}{135.000}$ €
= 1,76 €	= 1,56 €

Diese Daten reichen für eine Entscheidung noch nicht aus, da die erwartete tatsächliche Auslastung nicht bekannt ist.

Lösung b) Gesamtkostenrechnung

A	B
(90.000 · 1,15) + 55.000 €	(135.000 · 1,00) + 75.000 €
= 158.000 €	= 165.000 €

Die Entscheidung wird zugunsten Maschine A ausfallen.

Lösung c) Kombinationsmöglichkeiten

	A + A + A	A + B	B + B
Kapazität	3 · 90.000 = 270.000	90.000 + 135.000 = 225.000	2 · 135.000 = 270.000
K_{fix}	3 · 55.000 € = 165.000 €	55.000 + 75.000 € = 130.000 €	2 · 75.000 = 150.000
K_{var}	1,15 €	bei A: 1,15 € bei B: 1,00 €	1,00
$K_{ges.}$	165.000 € + 190.000 * 1,15 € = 383.500 €	130.000 € + 135.000 * 1,00 € + 55.000 * 1,15 € = 328.250 €	150.000 € + 190.000 * 1,00 € = 340.000 €

Die geringsten Kosten fallen bei der Anschaffung jeweils einer Maschine A und B an.

3.5. Durchschnittliche jährliche Rendite (Return of investment, ROI)

$$\text{ROI} = \frac{\textit{durchschnittlicher jährlicher Kapitalertrag}}{\textit{durchschnittlicher jährlicher Kapitaleinsatz}}$$

mit: durchschn. jährl. Kapitalertrag = durchschn. jährl. Ertrag
./. durchschn. jährl. Kosten
./. durchschn. jährl. AfA

$$\text{durchschn. jährl. Kapitaleinsatz} = \frac{A+R}{2} = \frac{\textit{Anschaffungskosten} + \textit{Restwert}}{2}$$

Die Rendite stellt die Verzinsung des Projektes bzw. die Verzinsung des im Projekt gebundenes Kapitals dar. Bei Einsatz von Fremdkapital sind die anfallenden Sollzinsen relevant, bei Einsatz von Eigenkapital die Opportunitätskosten (in Höhe i). Beides wird als kalkulierter Zinsfuß bezeichnet. Das Akzeptanzkriterium für die Entscheidung über die Durchführung des Projektes ist folglich: **Rendite > i.**

Das Projekt mit der höchsten Rendite gewährt aber nicht notwendiger Weise die höchste Einnahme, berechnet auf den gesamten Zeitraum der Zahlungsreihe. Ein kleines und kurzfristiges Projekt kann trotz höherer Rendite einen geringeren Gewinn abwerfen als ein größeres und längerfristiges Projekt mit geringerer Rendite.

Beispiel: Zwei alternative Projekte A und B. Annahme i = 10%.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4
Projekt A	- 100	300	200	-	-
Projekt B	- 400	300	300	300	300

Der ROI beträgt:

	A	B
durchschn. jährl. Ertrag	$\frac{500}{2} = 250$	$\frac{1200}{4} = 300$
./. durchschn. jährl. AfA	$\frac{100}{2} = 50$	$\frac{400}{4} = 100$
= durchschn. jährl. **Kapitalertrag**	200	200
durchschn. jährl. **Kapitaleinsatz**	$\frac{100}{2} = 50$	$\frac{400}{2} = 200$
ROI = $\frac{\textit{Kapitalertrag}}{\textit{Kapitaleinsatz}}$	$\frac{200}{50} \cdot 100\% = 400\%$	$\frac{200}{200} \cdot 100\% = 100\%$

Hiernach ist Projekt A folglich besser. Der Gewinnvergleich zeigt jedoch ein anderes Ergebnis, da nun die beiden Nullzahlungen bei Projekt A in t_3 und t_4 mit berücksichtigt werden:

	A	B
durchschn. jährl. Ertrag	$\frac{500}{4} = 125$	$\frac{1200}{4} = 300$
./. durchschn. jährl. AfA	$\frac{100}{4} = 25$	$\frac{400}{4} = 100$
./. durchschn. jährl. Zinsaufwand $\frac{A+R}{2} \cdot i$	$\frac{100}{2} \cdot 10\% = 5$	$\frac{400}{2} \cdot 10\% = 20$
= durchschn. jährl. **Gewinn**	95	180

3.6. Übung: Return on Invest und Durchschnittsgewinn

Sachverhalt: Ein Unternehmen erwägt die Eigenfertigung bisher fremd bezogener Motoren. Der Planungszeitraum beträgt 10 Jahre. Die dann entfallenden Kosten für den Motorenkauf betrug bislang 18,6 Mio. €/Jahr. Die Anschaffung der Werkshalle würde 8 Mio. € kosten. Des weiteren wären maschinelle Anlagen erforderlich: Grundausstattung 22 Mio. €, Werkzeuge 3 Mio. €, Einrichtungskosten 1 Mio. €. Außerdem müßte das Umlaufvermögen um 2 Mio. € erhöht werden. Die Lebensdauer der Maschinen und Werkzeuge betrüge 10 Jahre, die der Werkshalle 20 Jahre, wobei diese Halle nach 10 Jahren noch einen Liquidationserlös von 4 Mio. € brächte. Die jährlichen Betriebsausgaben würden ebenfalls steigen: Fertigungslöhne um 3 Mio. €, Fertigungsmaterial um 4 Mio. €, Fertigungsgemeinkosten um 5 Mio. €, Instandhaltung/Reparaturen um 1 Mio. € und Versicherungen um 0,5 Mio. €. Der unterstellte Kalkulationszinsfuß beträgt 12%.

Aufgabe: Berechnen der durchschnittlichen jährlichen Rendite (return of investment; ROI) sowie des durchschnittlichen jährlichen Gewinns des Projektes.

Lösung: a) Durchschnittliche jährliche Rendite (ROI)

$$ROI = \frac{\textit{durchschnittlicher jährlicher Kapitalertrag}}{\textit{durchschnittlicher jährlicher Kapitaleinsatz}}$$

durchschn. jährl. Kapitalertrag =	durchschn. jährl. Ertrag		18,6 Mio €
	./. durchschn. jährl. Kosten		
	Fertigungslöhne	3,0 Mio €	
	Fertigungsmaterial	4,0 Mio €	
	Fertigungs-GK	5,0 Mio €	
	Instandhaltung	1,0 Mio €	
	Versicherungen	0,5 Mio €	13,5 Mio €
	./. durchschn. jährl. AfA		
	Werkshalle	0,4 Mio €	
	Grundausstattung	2,2 Mio €	
	Werkzeuge	0,3 Mio €	
	Einrichtungskosten	0,1 Mio €	3,0 Mio €
			2,1 Mio €

durchschn. jährl. Kapitaleinsatz $= \frac{A+R}{2} = \frac{34+4}{2} =$ 19 Mio €
zzgl. zusätzliches Umlaufvermögen 2 Mio € — 21,0 Mio €

$$ROI = \frac{2{,}1\,Mio}{21\,Mio} \times 100\% = \underline{10\%}$$

Folgerung: Der ROI ist niedriger als der kalkulierte Zinsfuß. Sowohl ein mit 12% zu verzinsendes Fremdkapital als auch ein bislang mit 12% angelegtes Eigenkapital brächten bei Durchführung des Projektes Verluste.

b) Durchschnittlicher jährlicher Gewinn

Gewinn =	durchschn. jährl. Kapitalertrag	2,10 Mio €
	./. durchschn. jährl. Zinskosten (durchschn. gebundenes Kapital x kalkulierter Zinsfuß) 21 Mio € x 12%	2,52 Mio €
		-0,42 Mio €

Folgerung: Das Projekt bringt jährliche durchschnittliche Verluste von 0,42 Mio €.

3.7. Abschließende Beurteilung der statischen Verfahren

Vorteile:
- Einfachheit in der Anwendung
- Annäherung an dynamische Werte = Approximation dynamischer Kriterien
- Relativ geringer Informationsbedarf

Nachteile:
- Kriterien sind wenig exakt, da es sich um Durchschnittswerte handelt, d.h. die zeitliche Struktur der Zahlungen bleibt unberücksichtigt.
- Es handelt sich überwiegend um buchhalterische Kriterien

4. Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung

4.1. Grundlagen: Zinseszins- und Rentenrechnung

- *ALLGEMEINE DEFINITION*: $q = 1 + i$
- *AUFZINSUNGSFAKTOR*: q^n

  Beschreibt den Betrag, auf den 1 Geldeinheit (GE) nach n Jahren anwächst.
- *ABZINSUNGSFAKTOR*: $q^{-n} = \frac{1}{q^n}$

  Beschreibt den Betrag, der in n Jahren auf 1 GE anwächst.
- *RENTE*

  Gleichförmige äquidistante Zahlungsreihe. Üblich sind nachschüssige Renten mit einer erstmaligen Auszahlung in t_1 und einer letztmaligen in t_n. Nachschüssig bedeutet also in Bezug auf den Zeitraum [0, n].

- *BARWERT einer nachschüssigen Rente* in Höhe von 1 GE (Abzinsung)

  Barwert einer nachschüssigen Rente = Rentenbetrag · Rentenbarwertfaktor (RBF)

$$\text{RBF} = q^{-1} + q^{-2} + \ldots + q^{-(n-1)} + q^{-n}$$

$$\Leftrightarrow \text{RBF} \cdot q = 1 + q^{-1} + q^{-2} + \ldots + q^{-(n-1)}$$

$$\Leftrightarrow \text{RBF} \cdot q - B = 1 - q^{-n}$$

$$\Leftrightarrow \text{RBF} \cdot (q - 1) = 1 - q^{n}$$

$$\Leftrightarrow \text{RBF} = \frac{1-q^{-n}}{q-1}$$

$$\Leftrightarrow \text{RBF} = \frac{1-q^{-n}}{1+i-1}$$

$$\Leftrightarrow \text{RBF} = \frac{1-q^{-n}}{i} \qquad | \cdot q^n$$

$$\text{RBF} = \boxed{\frac{q^n - 1}{i \cdot q^n}} \qquad | \; q = 1 + i$$

$$\text{RBF} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

- *ENDWERT* einer nachschüssigen Rente in Höhe von 1 GE (Aufzinsung)

Endwert einer nachschüssigen Rente = Barwert · Aufzinsungsfaktor

Endwertfaktor (EWF) = RBF · q^n

$$= \frac{(q^n-1)\cdot q^n}{i\cdot q^n}$$

$$= \boxed{\frac{q^n-1}{i}} \qquad | \; q = 1 + i$$

$$= \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

- *KAPITALWIEDERGEWINNUNGSFAKTOR*

Wie hoch ist die n-jährige Rente, die einer GE in t_0 äquivalent ist?

Barwert (B) = Rente · RBF

$$\Leftrightarrow \quad \frac{B}{RBF} = \text{Rente}$$

bei B = 1 GE: Kapitalwiedergewinnungsfaktor (KWF) $= \frac{1}{RBF}$

$$= \boxed{\frac{i\cdot q^n}{q^n-1}}$$

$$= \frac{i\cdot(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$$

- *RÜCKVERTEILFAKTOR*

Wie hoch ist die n-jährige Rente, die einem Betrag in t_n äquivalent ist?

Rückverteilfaktor (RVF) $= \frac{1}{EWF}$

$$= \boxed{\frac{i}{q^n-1}}$$

$$= \frac{i}{(1+i)^n-1}$$

Lösungen:

Ü1 (Aufzinsung):

$$
\begin{aligned}
x_{t4} &= 10.000 \cdot 1{,}0555^4 \\
&= 12.388{,}25 \text{ DM}
\end{aligned}
$$

Ü2 (Abzinsung):

$$
\begin{aligned}
x_{t1} &= 1.000 \cdot 1{,}05^{-1} \\
&= \frac{1.000}{1{,}05} \\
&= 952{,}38 \text{ DM}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x_{t5} &= 1.000 \cdot 1{,}05^{-5} \\
&= \frac{1.000}{1{,}05^5} \\
&= 783{,}53 \text{ DM}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x_{t25} &= 1.000 \cdot 1{,}05^{-25} \\
&= \frac{1.000}{1{,}05^{25}} \\
&= 295{,}30 \text{ DM}
\end{aligned}
$$

Ü3 (Zinssatzermittlung):

$$
\begin{aligned}
& 125.000 \cdot (1+i)^7 &&= 225.000 \\
\Leftrightarrow \quad & (1+i)^7 &&= \frac{225.000}{125.000} \\
\Leftrightarrow \quad & (1+i)^7 &&= 1{,}8 \\
\Leftrightarrow \quad & (1+i) &&= \sqrt[7]{1{,}8} \\
\Leftrightarrow \quad & (1+i) &&= 1{,}08759 \\
\Leftrightarrow \quad & i &&= 0{,}8759 \cong 8{,}76\%
\end{aligned}
$$

Ü4 (Laufzeitermittlung):

a)

$$5000 \cdot 1{,}08^n = 2 \cdot 5.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 1{,}08^n = 2$$
$$\Leftrightarrow \quad n \cdot \log 1{,}08 = \log 2$$
$$\Leftrightarrow \quad n = \frac{\log 2}{\log 1{,}08}$$
$$\Leftrightarrow \quad n = 9{,}0065 \text{ Jahre}$$

b)

$$5000 \cdot 1{,}08^n = 3 \times 5.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 1{,}08^n = 3$$
$$\Leftrightarrow \quad n \cdot \log 1{,}08 = \log 3$$
$$\Leftrightarrow \quad n = \frac{\log 3}{\log 1{,}08}$$
$$\Leftrightarrow \quad n = 14{,}275 \text{ Jahre}$$

c)

$$5000 \cdot 1{,}08^n = 4 \times 5.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 1{,}08^n = 4$$
$$\Leftrightarrow \quad n \cdot \log 1{,}08 = \log 4$$
$$\Leftrightarrow \quad n = \frac{\log 4}{\log 1{,}08}$$
$$\Leftrightarrow \quad n = 18{,}0129 \text{ Jahre}$$

Ü5 (Rentenbarwertfaktor)

$$C_0 = 1.500 \cdot [\text{RBF } (8\%,\ 10 \text{ J.})]$$
$$= 1.500 \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n}$$
$$= 1.500 \cdot \frac{1{,}08^{10} - 1}{0{,}08 \cdot 1{,}08^{10}}$$

= 10.065,12 €; das Angebot muß folglich über diesem Betrag liegen.

Immer, wenn nach Kapital gefragt wird, kommen nur RBF und EWF in Betracht.

Wenn nach Renten gefragt wird, kommen RVF und KWF in Betracht.

Ü6 (Endwertfaktor)

$$C_5 = 2.000 \cdot EWF$$

$$= 2.000 \cdot \frac{q^n - 1}{i} = 2.000 \cdot \frac{1{,}09^5 - 1}{0{,}09} = 11.969{,}42 \text{ €}$$

Ü7 (Rückverteilfaktor)

$$c = 50.000 \cdot RVF\ (7\%, 10\ J.)$$

$$= 50.000 \cdot \frac{i}{q^n - 1} = 50.000 \cdot \frac{0{,}07}{1{,}07^{10} - 1} = 3.618{,}88 \text{ €}$$

Ü8 (Kapitalwiedergewinnungsfaktor)

a) $$c = 10.000 \cdot KWF\ (12\%, 5\ J.)$$

$$= 10.000 \cdot \frac{i \cdot q^n}{q^n - 1} = 10.000 \cdot \frac{0{,}12 \cdot 1{,}12^5}{1{,}12^5 - 1} = 2.774{,}10 \text{ €}$$

b) Tilgungsplan

t	Kapitaldienst	Zinsen	Tilgung	Restkredit
0				10.000,00
1	2.774,10	1.200,00	1.574,10	8.425,90
2	2.774,10	1.011,11	1.762,99	6.662,91
3	2.774,10	799,55	1.974,55	4.688,36
4	2.774,10	562,60	2.211,50	2.476,86
5	2.774,10	297,22	2.476,88	0,00

Ü9 (umgeformte Anwendungen)

C_0 = 100.000 €
i = 8 %
c = 12.000 €
n = ?

Am besten eignet sich hier die Anwendung des Kapitalwiedergewinnungsfaktors:

$$100.000 \cdot \text{KWF}(8\%, n) = 12.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 100.000 \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 12.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 100.000 \cdot \frac{i \cdot q^n}{q^n - 1} = 12.000$$

Einsetzen der bekannten Werte:

$$100.000 * \frac{0{,}08 \cdot 1{,}08^n}{1{,}08^n - 1} = 12.000 \qquad | \div 100.000$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{0{,}08 \cdot 1{,}08^n}{1{,}08^n - 1} = 0{,}12 \qquad | \cdot (1{,}08^n - 1)$$
$$\Leftrightarrow \quad 0{,}08 \cdot 1{,}08^n = 0{,}12 \cdot (1{,}08^n - 1) \qquad | \div 0{,}08$$
$$\Leftrightarrow \quad 1{,}08^n = \frac{0{,}12}{0{,}08} * 1{,}08^n - \frac{0{,}12}{0{,}08}$$
$$\Leftrightarrow \quad 1{,}08^n = 1{,}5 * 1{,}08^n - 1{,}5 \qquad | \div 1{,}08^n$$
$$\Leftrightarrow \quad 1 = 1{,}5 - \frac{1{,}5}{1{,}08^n} \qquad | - 1{,}5$$
$$\Leftrightarrow \quad -0{,}5 = -\frac{1{,}5}{1{,}08^n} \qquad | \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \quad 0{,}5 = \frac{1{,}5}{1{,}08^n} \qquad | \div 1{,}5$$
$$\Leftrightarrow \quad 0{,}\overline{3} = \frac{1}{1{,}08^n} \qquad | \frac{1}{x}$$
$$\Leftrightarrow \quad 3 = 1{,}08^n$$
$$\Leftrightarrow \quad \log 3 = n \cdot \log 1{,}08$$
$$\Leftrightarrow \quad n = \frac{\log 3}{\log 1{,}08}$$
$$\Leftrightarrow \quad n = 14{,}27$$

Ü10 (Kombinierte Anwendungen)

Am Ende des 4. Jahres findet die erste Zahlung einer äquidistanten Rente statt. Also kann im ersten Schritt die Rente auf das Ende des 3. Jahres kapitalisiert werden (Rentenbarwert). Im zweiten Schritt kann dieser Wert dann auf t_0 abgezinst werden:

$$C_0 = \underbrace{1.200 \cdot RBF\ (9\%,\ 15\ J.)}_{\text{1. Schritt}} \cdot \underbrace{q^{-3}}_{\text{2. Schritt}}$$

$$C_0 = 1.200 \cdot \frac{q^n - 1}{q^n \cdot i} \cdot q^{-3}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 1.200 \cdot \frac{1{,}09^{15} - 1}{1{,}09^{15} \cdot 0{,}09} \cdot 1{,}09^{-3}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 7.469{,}20\ €$$

Ü11 (Kombinierte Anwendungen)

a) (Methode wie Lösung 10)

$$C_0 = 10.000 \cdot RBF\ (6\%,\ 6\ J.) \cdot q^{-19}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 10.000 \cdot \frac{q^n - 1}{q^n \cdot i} \cdot 1{,}06^{-19}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 10.000 \cdot \frac{1{,}06^6 - 1}{1{,}06^6 \cdot 0{,}06} \cdot 1{,}06^{-19}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 16.252\ €$$

Da RBF und EWF miteinander korrespondieren, kann alternativ auch mit EWF gelöst werden:

$$C_0 = 10.000 \cdot EWF\ (6\%,\ 6\ J.) \cdot q^{-25}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 10.000 \cdot \frac{q^n - 1}{i} \cdot 1{,}06^{-25}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 10.000 \cdot \frac{1{,}06^6 - 1}{0{,}06} \cdot 1{,}06^{-25}$$

$$\Leftrightarrow \quad C_0 = 16.252\ €$$

b) $c = 10.000 * EWF\ (6\%,\ 6\ J.) * RVF\ (6\%,\ 25\ J.)$

$$c = 10.000 * \frac{(1+i)^n - 1}{i} * \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$c = 10.000 * \frac{1{,}06^n - 1}{0{,}06} * \frac{0{,}06}{1{,}06^{25} - 1}$$

$$c = 1.269{,}50\ €$$

4.3. Dynamische Beurteilungskriterien

4.3.1. Vorbemerkungen

Die dynamische Investitionsrechnung will dem Umstand Rechnung tragen, daß der Kapitalmarkt unvollkommen ist. Es wird daher mit einem vollständigen Finanzplan unter Berücksichtigung von Ergänzungsinvestitionen gearbeitet. Dies stößt auf Kritik, da diese Ergänzungsinvestitionen nicht vorhersehbar sind und sich eine unendliche Reihe von Korrekturen daraus ergibt[1].

4.3.2. Endwert

4.3.2.1. Definition

Der Endwert (EW) einer Investition ist das, was am Ende des Projektes als Kapital vorhanden ist. Gesucht wird also eine Vermögensänderung (Defizit bzw. Überschuß) zum Ende der Gesamtlaufzeit (T). Daraus folgt logischer Weise, daß ein Projekt lohnenswert ist, wenn W > 0 ist.

EW = Endwert einer Investition
A_0 = Anfangsauszahlung
a = Ein- oder Auszahlung
T = Laufzeit
t = Zeitpunkt

4.3.2.2. Berechnung

$$EW = \underbrace{\sum_{t=1}^{T} a_t \cdot (1+i)^{T-t}}_{\text{Das bedeutet konkret, daß alle Zahlungen durch Aufzinsung in die letzte Periode verschoben und addiert werden.}} - A_0 \cdot (1+i)^T$$

[1] vgl. Schmidt/Terberger, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie, Kap. 4.4.1.

Beispiel a) Separate Betrachtung eines Investitionsprojektes und einer Alternativanlage (bei i = 10%).

Gegeben sei ein Investitionsprojekt mit folgender Zahlungsreihe:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	368,00	440,00	398,00	456,00

Nun werden die Zahlungen (ohne die Anfangsinvestition) durch Aufzinsung mit 10% in t_4 verschoben:

$$368{,}00 \cdot 1{,}1^3 = 489{,}81$$
$$440{,}00 \cdot 1{,}1^2 = 532{,}40$$
$$398{,}00 \cdot 1{,}1^1 = \underline{437{,}80}$$
$$1.916{,}01$$

und es ergibt sich:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	0,00	0,00	0,00	EW = 1.916,01

Als Alternativanlage sei gegeben:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	120,00	120,00	120,00	1.320,00

Wiederum Verschiebung in t_4:

$$120{,}00 \cdot 1{,}1^3 = 159{,}72$$
$$120{,}00 \cdot 1{,}1^2 = 145{,}20$$
$$120{,}00 \cdot 1{,}1^1 = \underline{132{,}00}$$
$$1.756{,}92$$

und es ergibt sich:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	0,00	0,00	0,00	EW = 1.756,92

Daraus folgt, daß die Alternativanlage schlechter ist, und zwar um $EW_{Diff.}$ = 159,09.

Beispiel b) Kombinierte Betrachtung eines Investitionsprojektes und einer Alternativanlage (bei i = 10%).

Gegeben sei wieder ein Investitionsprojekt mit folgender Zahlungsreihe:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	368,00	440,00	398,00	456,00

Nun werden die Zahlungen (diesmal mit Anfangsinvestition) durch Aufzinsung mit 10% in t_4 verschoben:

$$-1.200 \cdot 1{,}1^4 = -1.756{,}92$$
$$368{,}00 \cdot 1{,}1^3 = 489{,}81$$
$$440{,}00 \cdot 1{,}1^2 = 532{,}40$$
$$398{,}00 \cdot 1{,}1^1 = \underline{437{,}80}$$
$$159{,}09$$

und es ergibt sich:

t	0	1	2	3	4
a_t	0,00	0,00	0,00	0,00	$EW_{Diff.}$ = 159,09

4.3.2.3. Übung: Endwertberechnung

Gegeben sei ein Investitionsprojekt mit folgender Zahlungsreihe:

t	0	1	2	3	4	5
a_t	- 12.000,00	7.000,00	8.000,00	3.000,00	- 3.000,00	3.000,00

- Beurteilen Sie die Investition mit Hilfe des Endwertes unter der Annahme, daß benötigtes Geld zu 10% Zinsen aufgenommen und Überschüsse zum gleichen Zinssatz angelegt werden können.

Lösung:

Es werden die Zahlungen (mit Anfangsinvestition) durch Aufzinsung mit 10% in t_4 verschoben:

$$
\begin{aligned}
-12.000 \cdot 1{,}1^5 &= -19.326{,}12 \\
7.000{,}00 \cdot 1{,}1^4 &= 10.248{,}70 \\
8.000{,}00 \cdot 1{,}1^3 &= 10.648{,}00 \\
3.000{,}00 \cdot 1{,}1^2 &= 3.630{,}00 \\
-3.000{,}00 \cdot 1{,}1^1 &= \underline{-3.300{,}00} \\
& 4.900{,}58
\end{aligned}
$$

und es ergibt sich:

t	0	1	2	3	4	5
a_t	. 0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	EW = 4.900,58

Die Investition ist lohnend, da EW = 4.900,58 > 0.

4.3.3. Kapitalwert

4.3.3.1. Definition

Während der Endwert die Vermögensänderung am Ende der Gesamtlaufzeit darstellte, bildet der Kapitalwert (KW) die Abzinsung von Überschuß / Defizit der Investition auf den Beginn der Laufzeit (t_0). Auch hier werden Ergänzungsmaßnahmen berücksichtigt.

4.3.3.2. Berechnung

KW einer Zahlungsreihe = Verlagerung (Abzinsung) aller Zahlungen der Investition auf den Zeitpunkt 0 und anschließende Addition:

$$KW = \underbrace{\sum_{t=1}^{T} a_t \cdot (1+i)^{-t}}_{} - A_0$$

Das bedeutet konkret, daß alle Zahlungen durch Abzinsung in die erste Periode verschoben und addiert werden.

Beispiel:

Gegeben sei ein Investitionsprojekt mit folgender Zahlungsreihe:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	368,00	440,00	398,00	456,00

Verschiebung in t_0:

311,45 ← $456{,}00 \div 1{,}1^4$
299,02 ← $120{,}00 \div 1{,}1^3$
363,64 ← $120{,}00 \div 1{,}1^2$
334,55 ← $368{,}00 \div 1{,}1^1$

und es ergibt sich:

t	0	1	2	3	4
a_t	KW = 108,66	0,00	0,00	0,00	0,00

Wenn KW > 0, dann ist Investition lohnend (wird die Investition mit einem Kredit (K) zum Kalkulationszinsfuß finanziert, so kann zusätzlich zu A_0 ein Kredit in Höhe des KW aufgenommen werden, der ebenfalls aus den Zahlungen des Projektes verzinst und getilgt wird).

Das bedeutet im obigen Beispiel: A_0 + K = 1.200 + 108,66 = 1.308,66. Zum Nachweis können die Einzahlungsüberschüsse dargestellt werden:

t	EZÜ	Kapitalbindung	Verzinsung 10%	Tilgung
0	- 1.308,66	0,00	0,00	0,00
1	368,00	1.308,66	130,87	237,13
2	440,00	1.071,53	107,15	332,85
3	398,00	738,68	73,87	324,13
4	456,00	414,55	41,46	414,55
Σ				1.308,66

4.3.3.3. Übung: Kapitalwertberechnung

Gegeben sei ein Investitionsprojekt mit folgender Zahlungsreihe (wie Aufgabe 4.3.2.3.):

t	0	1	2	3	4	5
a_t	- 12.000,00	7.000,00	8.000,00	3.000,00	- 3.000,00	3.000,00

Beurteilen Sie die Investition mit Hilfe des Kapitalwertes unter der Annahme, daß benötigtes Geld zu 10% Zinsen aufgenommen und Überschüsse zum gleichen Zinssatz angelegt werden können.

Lösung:

Es werden die Zahlungen durch Abzinsung mit 10% in t_0 verschoben:

$$\begin{array}{rl} 6.363,64 & \leftarrow 7.000,00 \div 1,1^1 \\ 6.611,57 & \leftarrow 8.000,00 \div 1,1^2 \\ 2.253,94 & \leftarrow 3.000,00 \div 1,1^3 \\ -2.049,04 & \leftarrow -3.000,00 \div 1,1^4 \\ \underline{1.862,76} & \leftarrow 3.000,00 \div 1,1^5 \end{array}$$

und es ergibt sich:

t	0	1	2	3	4	5
a_t	KW = 3.042,87	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Da KW > 0, ist das Projekt lohnend.

4.3.4. Äquivalente Annuität

4.3.4.1. Definition

Jetzt werden die Zahlungen so umgewandelt, daß am Ende eines jeden Jahres ein gleichbleibender Betrag entnommen werden kann. Es ergibt sich so nach Abzug von Zins- und Tilgungsleistungen ein konstanter jährlicher Überschuß bzw. ein konstantes jährliches Defizit.

4.3.4.2. Berechnung

Da nicht ein Kapitalwert gesucht wird, sondern eine Rente, kommen als Berechnungsmethoden nur KWF und RVF in Betracht.

$$c = KW \cdot KWF(i, T) \quad \Leftrightarrow \quad c = KW \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

bzw. $$c = EW \cdot RVF(i, T) \quad \Leftrightarrow \quad c = EW \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Auch gilt trivial: Wenn c > 0, ist das Projekt lohnend.

Beispiel:

Gegeben sei wieder das Investitionsprojekt aus dem Beispiel zu Kap. 4.3.3.2. mit folgender Zahlungsreihe:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1.200,00	368,00	440,00	398,00	456,00

Als Kapitalwert wurde oben ermittelt: KW = 108,66. Eingefügt in die hiesige Formel bedeutet dies:

$$c = 108{,}66 \cdot KWF(10\%, 4\ J.)$$

$$\Leftrightarrow \quad c = 108{,}66 \cdot \frac{0{,}1 \cdot 1{,}1^4}{1{,}1^4 - 1}$$

$$\Leftrightarrow \quad c = 34{,}28$$

Die einzelnen Werte zur Zinszahlung und Tilgung lassen sich ebenfalls darstellen:

t	a_t	Kapitalbindung	Zins 10%	Annuität	Tilgung
0	- 1.200,00				
1	368,00	1.200,00	120,00	34,28	213,72
2	440,00	986,28	98,63	34,28	307,09
3	398,00	679,19	67,92	34,28	295,80
4	456,00	383,38	38,34	34,28	383,38

4.3.4.3. Übung: Äquivalente Annuität

Gegeben sei wieder das Investitionsprojekt mit folgender Zahlungsreihe (wie Aufgabe 4.3.2.3.):

t	0	1	2	3	4	5
a_t	- 12.000,00	7.000,00	8.000,00	3.000,00	- 3.000,00	3.000,00

Als Kapitalwert wurde dort ermittelt: KW = 3.042,87. Als Endwert wurde dort ermittelt: EW = 4.900,58. Berechnen Sie die Annuität.

Lösung über KW:

c = 3.042,87 · KWF (10%, 5 J.)

$$\Leftrightarrow \quad c = 3.042,87 \cdot \frac{0,1 \cdot 1,1^5}{1,1^5 - 1}$$

$\Leftrightarrow$ c = 802,70

Alternative über EW:

c = 4.900,58 · RVF (i, T)

$$\Leftrightarrow \quad c = 4.900,58W \cdot \frac{0,1}{1,1^5 - 1}$$

$\Leftrightarrow$ c = 802,70

4.3.5. Zur Äquivalenz der dynamischen Beurteilungskriterien

Dynamische Beurteilungskriterien sind der Endwert (EW oder W), der Kapitalwert (KW oder K) und die äquivalente Annuität (c = Rente).

Es wurde gezeigt, daß die verschiedenen dynamischen Kriterien einander entsprechen, d.h. die Ergebnisse widersprechen sich nicht.

4.3.6. Formulierung von Entscheidungsregeln

Zu unterscheiden sind Entscheidungsregeln zur Beurteilung eines einzelnen Investitionsprojektes (Kap. 4.3.6.1.) und zur Beurteilung alternativer Investitionsprojekte (Kap. 4.3.6.2.).

4.3.6.1. Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt

Diese Entscheidungsregel ist leicht zu finden, denn:

Eine Investition ist lohnend,

wenn **KW > 0**
oder **EW > 0**
oder **c > 0**

Für die Ermittlung der drei Werte wurde der Kalkulationszinsfuß (i) benötigt. Der Kalkulationszinsfuß ist daher Vergleichsbasis zur Beurteilung des Projektes und gibt die erforderliche Mindestverzinsung an, damit sich das Projekt lohnt. Dies bedeutet bei

Finanzierung über Fremdkapital:	Finanzierung über Eigenkapital:
i = Finanzierungskosten	i = Opportunitätskosten (erzielbare Verzinsung bei alternativer Anlage)

4.3.6.2. Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte

Hierbei ist wiederum zu unterscheiden zwischen Investitionsprojekten mit gleicher Laufzeit (Kap. 4.3.6.2.1.) und Projekten mit unterschiedlicher Laufzeit (Kap. 4.3.6.2.2.).

4.3.6.2.1. Investitionsprojekte mit gleicher Laufzeit

Auch hier ist die Entscheidungsregel relativ einfach, denn:

Realisiere das Projekt, für das gilt:

KW_{max}

oder EW_{max}.

oder c_{max}.

Dies läßt sich leicht durch die Differenzmethode ermitteln. Dabei werden die zwei Zahlungsreihen der alternativen Investitionsprojekte subtrahiert.

Beispiel

Gegeben seien zwei alternative Investitionsprojekte mit folgenden Zahlungsreihen:

Investition A {-1200; 368; 440; 398; 456}

Investition B {-1500; 440; 508; 660; 580}

Es könnte nun erst der Kapitalwert für A ermittelt werden, dann der Kapitalwert für B, um die Kapitalwerte im dritten Schritt miteinander zu vergleichen. Dann ergäbe sich K_A = 108,66 und K_B = 211,85, so daß $K_B > K_A$ und somit die Investition B die bessere ist.

Zu dem gleichen Ergebnis kommt man aber schneller, wenn man die Zahlungsreihen erst subtrahiert und dann nur noch einen Kapitalwert ermitteln muß:

Differenzinvestition$_{(A-B)}$ {300; -72; -68; -262; -124} $\Rightarrow$ $K_{(A-B)}$ = -103,19

Wenn A minus B gerechnet wird und der daraus resultierende Kapitalwert ist negativ, folgt daraus, daß B die bessere Investition ist. Zur Kontrolle kann man umgekehrt subtrahieren:

Differenzinvestition$_{(B-A)}$ {-300; 72; 68; 262; 124} $\Rightarrow$ $K_{(B-A)}$ = 103,19

Wenn B minus A gerechnet wird und der daraus resultierende Kapitalwert ist positiv, folgt daraus wiederum, daß B die bessere Investition ist.

4.3.6.2.2. Investitionsprojekte mit unterschiedlicher Laufzeit

Bei unterschiedlicher Laufzeit der Investitionsprojekte ist ein Vergleich etwas schwieriger. Als Methoden stehen grundsätzlich auch hier die Vergleiche über den Endwert (Kap. 4.3.6.2.2.1.), den Kapitalwert (Kap. 4.3.6.2.2.2.) und der Vergleich der äquivalenten Annuitäten (Kap. 4.3.6.2.2.3.) zur Verfügung.

4.3.6.2.2.1. Endwertvergleich

Zur Erinnerung:

$$EW = \underbrace{\sum_{t=1}^{T} a_t \cdot (1+i)^{T-t}}_{} - A_0 \cdot (1+i)^T$$

Das bedeutet konkret, daß alle Zahlungen durch Aufzinsung in die letzte Periode verschoben und addiert werden.

Angenommen sei ein Investitionsprojekt A mit einer Laufzeit von 4 Jahren und ein alternatives Investitionsprojekt B mit einer Laufzeit von 5 Jahren. Für beide Projekte wird zunächst der Endwert (EW oder W) berechnet.

Wenn $EW_A \geq EW_B$, dann fällt die Entscheidung zugunsten A aus, da der Endwert trotz kürzerer Laufzeit höher ist, als der Endwert des länger laufenden Projektes B.

Ist $EW_A \leq EW_B$, dann steht lediglich fest, daß der nominale Gewinn bei dem Projekt A größer ist als bei Projekt B. Die Laufzeit wurde jedoch noch nicht berücksichtigt, so daß im zweiten Schritt noch eine Anpassung erforderlich ist. Der EW_A wird deswegen für die Differenzlaufzeit von einem Jahr aufgezinst.

Beispiel:

Gegeben seien:	Inv. A {-1200; 368; 440; 398; 456}
und	Inv. B {-1400; 530; 490; 390; 360; 130}

Dann ist $EW_A = 159{,}09 < EW_B = 171{,}35$

Nun ist EW_A für die Differenzlaufzeit von einem Jahr aber noch aufzuzinsen, so daß sich ergibt:

$$EW_A^{t5} = 159{,}09 \cdot 1{,}1 = 175{,}00 > EW_B = 171{,}35$$

4.3.6.2.2.2. Kapitalwertvergleich

Zur Erinnerung:

$$KW = \underbrace{\sum_{t=1}^{T} a_t \cdot (1+i)^{-t}}_{} - A_0$$

Das bedeutet konkret, daß alle Zahlungen durch Abzinsung in die erste Periode verschoben und addiert werden.

Da die zu vergleichenden Investitionsprojekte alle auf t_0 abgezinst werden, ist grundsätzlich keine Schwierigkeit gegeben. Lediglich wenn die Projekte nicht in der gleichen Periode beginnen sollen, muß wieder eine Anpassung des Kapitalwerts (KW oder K) erfolgen.

Angenommen sei ein Projekt A mit Beginn in t_0 und ein Projekt B mit Beginn in t_1. Wenn $KW_A > KW_B$, dann ist das Projekt A besser, da trotz des späteren Beginns und der folglich kürzeren Laufzeit ein höherer Kapitalwert erzielt wird.

Ist jedoch $KW_A < KW_B$, so ist das Projekt B auf den ersten Blick besser, jedoch steht der höhere Kapitalwert erst später zur Verfügung. Daher müssen die Kapitalwerte der Projekte durch Auf- oder Abzinsung wieder angepaßt werden.

4.3.6.2.2.3. Vergleich der äquivalenten Annuitäten

Zur Erinnerung

$$c = KW \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \qquad \text{bzw.} \qquad c = EW \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Angenommen sei wieder ein Projekt A mit einer Laufzeit von 4 Jahren und ein Alternativprojekt mit einer Laufzeit von 5 Jahren. Wenn nun $c_A < c_B$ ist das Projekt B besser, weil eine höhere Annuität und eine längere Laufzeit bestehen.

Ist jedoch $c_A > c_B$, so ist aufgrund dieser Angabe noch keine Entscheidung möglich; zwar erzielt Projekt A die höhere Rente, jedoch ist die Laufzeit der Projekte noch unberücksichtigt. Auch hier erfolgt wieder eine Anpassung der Werte über Auf- oder Abzinsung.

Beispiel:

Gegeben sei: wieder: Inv. A {-1200; 368; 440; 398; 456}
und Inv. B {-1400; 530; 490; 390; 360; 130}

Dann ergibt sich zunächst als Zwischenergebnis: $KW_A = 108{,}66 < KW_B = 115{,}49$

Eingesetzt in die obige Formel ergibt sich dann:

$$c_A = 108{,}66 \cdot \frac{0{,}1 \cdot 1{,}1^4}{1{,}1^4 - 1} = 34{,}28 > c_B = 115{,}49 \cdot \frac{0{,}1 \cdot 1{,}1^5}{1{,}1^5 - 1} = 30{,}47$$

Zur Anpassung wird die Annuität von Projekt A nun im 3. Schritt auf die höhere Anzahl von Perioden des Projektes B verteilt. Dann ergibt sich:

$$c_A^{t_5} = 108{,}66 \cdot \frac{0{,}1 \cdot 1{,}1^5}{1{,}1^5 - 1} = 28{,}66 < c_B = 115{,}49 \cdot \frac{0{,}1 \cdot 1{,}1^5}{1{,}1^5 - 1} = 30{,}47$$

4.3.7 Ü: Dynamische Beurteilungskriterien

Ü1: Ein Unternehmer muß sich zwischen zwei Investitionsprojekten entscheiden, die durch folgende Zahlungsreihen gekennzeichnet sind. Der Kalkulationszinsfuß beträgt 12%.

t	0	1	2	3	4	5	6
Proj. A: a_t	-10.000	2.000	3.000	4.000	4.000	3.000	2.000
Proj. B: a_t	-12.000	3.000	3.000	3.000	5.000	5.000	3.000

Ermitteln Sie das vorteilhaftere Projekt durch einen Vergleich der Endwerte!

Ü2: Ein Investitionsprojekt sei durch folgende Zahlungsreihe beschrieben:

t	0	1	2	3	4
a_t	-2.000	1.200	1.500	-800	600

Die Finanzierung der Auszahlungsüberschüsse und die Wiederanlage der Einzahlungsüberschüsse ist zu einem Zinssatz von 14% möglich.

a) Der Investor möchte während der vierjährigen Laufzeit jedes Jahr einen gleichbleibenden Betrag aus dem Projekt entnehmen. Wie hoch ist dieser Betrag?

b) Der Investor verzichtet auf eine Entnahme im vierten Jahr und möchte lediglich während der ersten drei Jahre einen jährlich gleichbleibenden Betrag aus dem Projekt entnehmen. Wie hoch ist dieser Betrag?

Ü3: Durch den Kauf einer neuen Maschine erwartet ein Unternehmer während der nächsten sechs Jahre zusätzliche Einnahmen in Höhe von jährlich 25.000 Euro. Die Maschine soll 100.000 Euro kosten und kann nach sechs Jahren mit einem Erlös von 10.000 Euro verkauft werden. Berechnen Sie die Annuität dieser Investition bei einem Kalkulationszinsfuß von 12%.

Ü4: Es gelte ein Kalkulationszinsfuß von 9%. Bestimmen Sie mit Hilfe eines Kapitalwert-, Endwert- und Annuitätenvergleichs die vorteilhafteste der drei folgenden Alternativen.

Alt. 1:

t	0	1	2	3
a_t	-1.000	800	700	-100

Alt. 2:

t	0	1	2	3	4
a_t	-1.500	500	550	650	500

Alt. 3:

t	0	1	2	3	4	5
a_t	-1.900	700	750	850	-400	800

Lösungen:

Ü1: $EW_A = 4.504,33 < EW_B = 5.408,49$

Ü2: vorab zu ermitteln ist der Kapitalwert oder der Endwert; hier KW = 22,10.

a) c = 7,585

b) c = 9,519

Ü3: Zur besseren Übersicht sollte im 1. Schritt die Zahlungsreihe aufgebaut werden:

t	0	1	2	3	4	5	6
a_t	- 100.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	35.000

Im 2. Schritt wird nun die Annuität berechnet, wobei zunächst der Kapitalwert ermittelt wird. Dann ergibt sich:

c = 1.909,69

Ü4: Als <u>Kapitalwerte</u> ergeben sich:

$KW_1 = 245,90 < KW_2 = 277,77 > KW_3 = 266,39$

Bei den <u>Endwerten</u> ist wegen der unterschiedlichen Laufzeiten eine Anpassung erforderlich. Es müssen jedoch nicht erst die Endwerte berechnet werden, da die Kapitalwerte bereits bekannt sind:

$EW_1 = KW_1 \cdot 1,09^5 = 378,35 < EW_2 = KW_2 \cdot 1,09^5 = 427,38 > EW_3 = KW_3 \cdot 1,09^5 = 409,87$

Für die Berechnung der äquivalenten Annuität nochmals zur Erinnerung:

$$c = KW \cdot KWF\,(i, T) \quad \Leftrightarrow \quad c = KW \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \text{ und hier: } c = KW \cdot \frac{0,09 \cdot 1,09^4}{1,09^4 - 1}$$

Dann ergibt sich:

$c_1 = 75,90 < c_2 = 85,74 > c_3 = 82,23$

4.4. Der interne Zinsfuß als Beurteilungskriterium

4.4.1. Definition und Ermittlung

Der interne Zinsfuß (i*) einer Zahlungsreihe ist derjenige Zinssatz, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinsfuß (i) der Kapitalwert gleich Null ist.

$$\boxed{KW = \sum_{t=1}^{T} a_t \cdot (1 + i^*)^{-t} - A_0 = 0}$$

a) Für T = 1 ergibt sich eine lineare Gleichung:

$KW = a_1 * (1 + i^*)-1 - A_0 = 0$

$\Leftrightarrow \quad a_1 = A_0 * (1 + i^*)$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{a_1}{A_0} - 1 = i^*}$$

b) Bei T > 1 ist zu unterscheiden:

aa) Anfangsauszahlung, dann lange nichts, dann Schlußzahlung $\{-A_0, 0, ..., 0, a_T\}$

Für diesen Fall ergibt sich: $-A_0 + a_T \cdot (1 + i^*)^{-T} = 0$

bzw. nach Umformungen: $$\boxed{i^* = \sqrt[T]{\frac{a_T}{A_0}} - 1}$$

bb) Anfangsauszahlung, äquidistante Rente, Schlußzahlung $\{-A_0, a, ..., a, A_0+a\}$

Für diesen Fall ergibt sich: $-A_0 + a \cdot RBF\,(i^*, T) + A_0\,(1 + i^*)^{-T} = 0$

bzw. nach Umformungen: $$\boxed{i^* = \frac{a}{A_0}}$$

4.4.2. Interpretation

- i* ist ein kritischer Wert in dem Sinne, daß das Investitionsprojekt mit diesem internen Zinsfuß genau auf der Grenze zwischen Rentabilität und Unrentabilität liegt. Dies folgt schon aus der Bedingung, daß der KW gleich Null gesetzt wird.
- Bei Fremdfinanzierung gibt i* den Kreditzinssatz an, bei dessen Anwesenheit die Einzahlungsüberschüsse aus dem Projekt gerade noch ausreichen, um den Kredit zu verzinsen und zu tilgen. Daher ist i* der maximale Zinssatz für eine Kreditfinanzierung.
- Bei Eigenfinanzierung gibt i* den Anlagezinssatz an, den die Alternativanlage maximal erzielen darf, ohne daß das Projekt unvorteilhaft wird. i* ist die kalkulatorische Verzinsung des jeweils gebundenen Kapitals.
- Daraus folgt, daß der interne Zinsfuß eine maßgebliche Orientierungsgröße (benchmark) ist.

4.4.3. Die Kapitalwertfunktion

Die Kapitalwertfunktion stellt den Zusammenhang zwischen Kalkulationszinsfuß und Kapitalwert dar. Üblicherweise beschränkt man sich bei der Betrachtung auf die sog. Normalinvestition, da nur bei der Normalinvestition ein eindeutiger interner Zinsfuß zu ermitteln ist: **Voraussetzungen der Normalinvestition:**

(1) Die Summe aller Zahlungen über die gesamte Laufzeit ist größer Null: $\sum_{t=0}^{T} a_t > 0$

(Denn nur dann beginnt die Kapitalwertfunktion im positiven Bereich.)

(2) Die erste Zahlung ist negativ: $\{-A_0; \ldots\}$

(Dadurch läuft die Kapitalwertfunktion irgendwann in den negativen Bereich.)

(3) Die Kapitalwertfunktion verläuft monoton (nur dann schneidet die Kurve die x-Achse nur einmal).

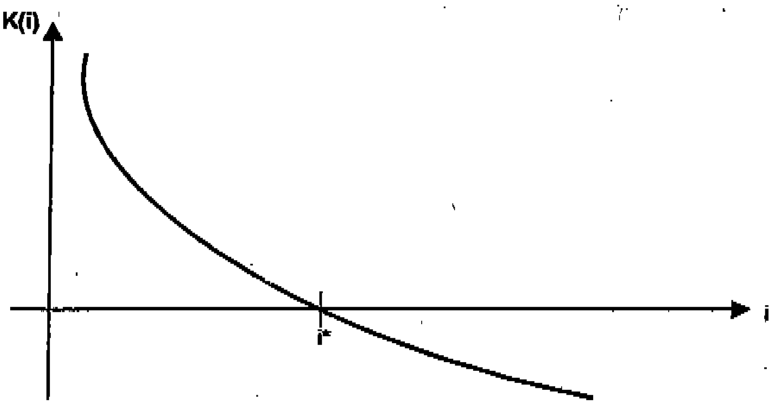
Dies ist dann der Fall, wenn es in der Zahlungsreihe nur einen Vorzeichenwechsel gibt.

Gibt es mehrere Vorzeichenwechsel, so ist Monotonie nur dann gegeben, wenn es bei den jeweiligen Projektständen (S_t) am Ende einer jeden Periode nur einen Vorzeichenwechsel gibt. Beispiel:

{-200; 100; 60; -70; 150; 80; 30} hier liegen drei Vorzeichenwechsel in der Zahlungsreihe vor.

S_t = {-200; -100; -40; -110; 40; 120; 150} bei den Projektständen liegt nur ein Vorzeichenwechsel vor.

Nach Erfüllung der vorgenannten Voraussetzungen ergibt sich folgende **Kapitalwertfunktion**, die in ihrem Schnittpunkt mit der x-Achse (i) den (einzig existierenden) internen Zinsfuß (i*) ergibt:



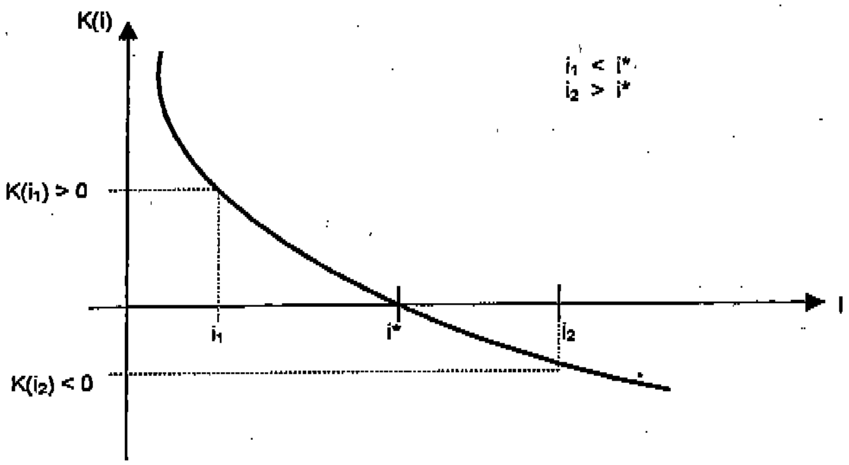
4.4.4. Entscheidungsregeln im Falle der Normalinvestition

Bisher wurde der Kapitalwert als das sinnvollste Kriterium behandelt. Jetzt soll eine Entscheidungsregel auf Basis des internen Zinsfußes gefunden werden. Dabei sind zwei Entscheidungssituationen zu unterscheiden:

- Isolierte Entscheidung über ein Projekt (ja/nein?)
- Auswahl eines Projektes aus einer Menge sich gegenseitig ausschließender Investitionsprojekte.

4.4.4.1. Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt

Gesucht wird eine Entscheidungsregel auf Basis des internen Zinsfußes (i*), die genau dann ein Projekt als vorteilhaft ausweist, wenn sein Kapitalwert positiv ist. Eine Orientierung ist möglich an der Kapitalwert-Kurve für den Fall einer Normalinvestition:



Entscheidungsregel für ein Projekt mit genau einem internen Zinsfuß (Normalinvestition) also:

$K > 0 \Leftrightarrow i^* > i \Rightarrow$ Projekt durchführen
$K < 0 \Leftrightarrow i^* < i \Rightarrow$ Projekt nicht durchführen
$K = 0 \Leftrightarrow i^* = i \Rightarrow$ Indifferenz; andere Kriterien entscheiden

4.4.4.2. Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte

Nach der Kapitalwert-Regel gilt: Wähle das Projekt mit dem höheren Kapitalwert. Jetzt lautet die Aufgabe: Suche eine Entscheidungsregel auf Basis des internen Zinsfußes (i*), die mit der Kapitalwert-Regel kompatibel ist, also zu dem gleichen Ergebnis führt. Die intuitive Entscheidungsregel „Wähle das Projekt mit dem höchsten internen Zinsfuß" kann im Widerspruch zur Kapitalwert-Regel stehen. Dann ist die Interne-Zinsfuß-Regel grundsätzlich nicht anwendbar. Beispiel:

t	Projekt A	Projekt B
0	-100	-80
1	20	60
2	30	40
3	90	10

dann ist $i_A^* = 0{,}1464$ (nicht zu prüfen, da PC erforderlich)

und $i_B^* = 0{,}2362$

intuitiv also $i_B^* > i_A^*$

Führt eine Entscheidung auf Basis der KW-Regel zum gleichen Ergebnis?
Es werden die Kapitalwerte für 2 beliebige Kalkulationszinsfüße (i), z.B.:

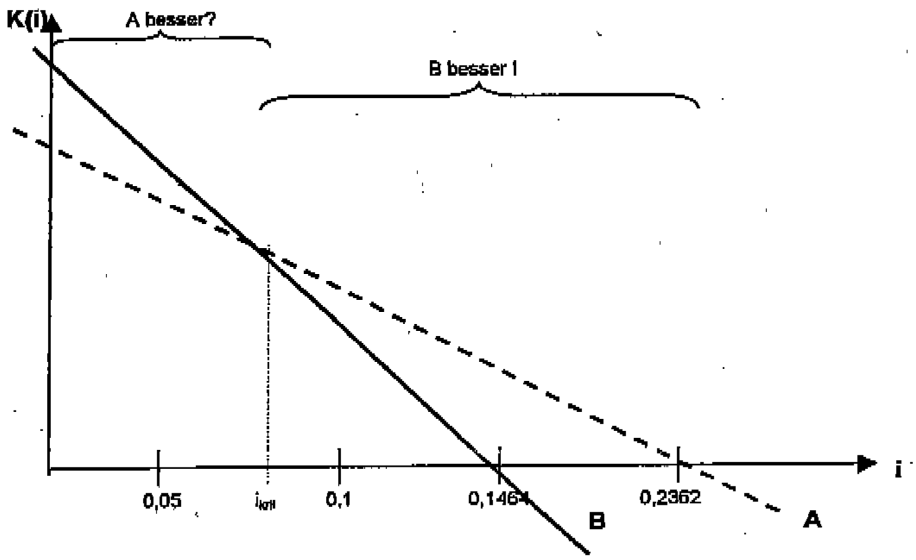
für i = 0,05: $K_A(0{,}05) = 24 > K_B(0{,}05) = 22{,}06$ (A wählen)
für i = 0,1: $K_A(0{,}1) = 10{,}59 < K_B(0{,}1) = 15{,}12$ (B wählen)

⇒ Die Vorteilhaftigkeit gemäß dem KW-Kriterium ändert sich in Abhängigkeit vom gewählten Kalkulationszinsfuß,
⇒ während die Verwendung des internen Zinsfußes eine eindeutige Entscheidung getroffen werden kann.
⇒ Das ist ein Widerspruch und birgt Probleme.

Irgendwo zwischen i = 0,05 und i = 0,1 liegt i_{krit}. Ein Einklang zwischen den beiden Methoden besteht nur bei $i > i_{krit}$.

Hingegen für $i < i_{krit}$ gilt $K_A > K_B$, obwohl $i_B^* > i_A^*$.

⇒ Das bedeutet, daß bei $i < i_{krit}$ Investitionen miteinander verglichen werden, die nicht unmittelbar vergleichbar sind, z.B. wegen unterschiedlicher Anfangsauszahlung oder unterschiedlicher zeitlicher Struktur. Graphisch dargestellt:



Beispiel

Gegeben seien zwei einander ausschließende Investitionsprojekte mit folgenden Zahlungsreihen:

	0	1	2	3
Proj. A	-100	20	30	90
Proj. B	-80	60	40	10

Beurteilen Sie die Projekte anhand des Kapitalwertkriteriums und anhand des internen Zinsfußes.

1. Lösung mit Kapitalwertkriterium

Zunächst wird die Differenz der Zahlungsreihen ermittelt.

Diff. A-B	-20	-40	-10	80

Dann wird der Kapitalwert der Differenzinvesition für 2 beliebig geschätzte Kalkulationszinssätze ermittelt:

$K_{(A-B)}^{i=0,05} = 1{,}94 > 0 \Rightarrow$ Projekt A ist bei einem Kalkulationszins von 5% besser.

$K_{(A-B)}^{i=0,1} = -4{,}52 < 0 \Rightarrow$ Projekt B ist bei einem Kalkulationszins von 10% besser.

Eine genauere Aussage läßt sich nur machen, wenn man immer weitere Kalkulationszinssätze ausprobiert.

2. Lösung anhand des internen Zinsfußes

Es wird nur die Differenzinvestition geprüft, so daß von oben übernommen werden kann:

Diff. A-B	-20	-40	-10	80

Nun werden die Voraussetzungen der Normalinvestition geprüft:

- $\sum_{t=0}^{T} a_t > 0$? ja, denn $\sum_{t=0}^{T} a_t = 10$
- A_0 negativ? ja, denn $A_0 = -20$
- Nur ein Vorzeichenwechsel? ja

Nun wird i^* ermittelt (allgemeine Formel: $KW = \sum_{t=1}^{T} a_t \cdot (1 + i^*)^{-t} - A_0 = 0$). Dies ergibt hier: $i^* = 0{,}0639$

Bei einem gewählten Kalkulationszins von 5% ist Projekt A vorzuziehen, da i^* bei der Differenzinvestition A minus B größer als 5% ist ($i < i^*_{A-B}$).

Bei einem gewählten Kalkulationszins von 10% ist Projekt B vorzuziehen, da i^* bei der Differenzinvestition A minus B ($i > i^*_{A-B}$).

3. Vergleich der Lösungen

Das Ergebnis über die Anwendung des internen Zinsfußes kommt zu dem gleichen Ergebnis wie die Lösung über das Kapitalwertkriterium.

Zusammenfassende Betrachtung

- Der interne Zinsfuß der Differenzinvestition ist genau derjenige Kalkulationszinsfuß, bei dem sich die Kapitalwertkurven der Projekte A und B schneiden.
- Eine der hinreichenden Bedingungen für die Existenz und Eindeutigkeit des internen Zinsfußes muß für die Differenzinvestition gegeben sein.
- Die Differenzinvestition beschreibt nur den Wechsel von einem Projekt zum anderen, macht also nur eine Aussage über die relative Vorteilhaftigkeit. Eine absolute Vorteilhaftigkeit muß separat (z.B. mit Kapitalwertkriterium) geprüft werden.
- Das Vorgehen kann auch bei der Existenz von drei oder mehr Projekten angewendet werden (paarweise).
- Eine allgemein gültige Entscheidungsregel läßt sich nicht formulieren.

4.4.5. Übung: Interner Zinsfuß

Ü1: Gegeben seinen die Zahlungsreigen folgender Investitionsprojekte:

A {-200; 268}
B {-180; 290}

1. Welches Projekt auf Basis des Kapitalwertkriteriums ist vorteilhafter, wenn der Kalkulationszins i = 10% bzw. 30%?
2. Berechne den internen Zinsfuß beider Investitionen.
3. Vergleiche beide Ergebnisse.

Lösung 1:

$K_A(0,1) = 43,64 < K_B(0,1) = 83,64$ Bei i = 10% ist Projekt B besser.

$K_A(0,3) = 6,15 < K_B(0,3) = 43,08$ Bei i = 30% ist Projekt B besser.

Lösung 2:

$$\left.\begin{array}{l} -200 + \dfrac{268}{(1+i_A^*)} = 0 \Leftrightarrow i_A^* = 0,34 \Rightarrow 34\% \\[2ex] -180 + \dfrac{290}{(1+i_B^*)} = 0 \Leftrightarrow i_B^* = 0,61 \Rightarrow 61\% \end{array}\right\} \text{Projekt B ist besser.}$$

Lösung 3:

Beide Methoden führen zu dem selben Ergebnis.

Ü2: Ein Investor überlegt, jetzt ein Bild für 5.000€ zu kaufen, um es in 10 Jahren zum 5-fachen Preis wieder zu verkaufen. Lohnt sich die Investition, wenn der Investor mit einem Kalkulationszins von i = 12% rechnet?

1. Schritt: Als Zahlungsreihe ergibt sich:

t	0	1 bis 9	10
a_t	-5.000	0	25.000

2. Schritt: Liegt eine Normalinvestition vor?

- $\sum_{t=0}^{T} a_t > 0$? ja, denn $\sum_{t=0}^{T} a_t = 20.000$
- A_0 negativ? ja, denn $A_0 = -5.000$
- Nur ein Vorzeichenwechsel? ja

3. Schritt: Berechne internen Zinsfuß:

$$-5.000 + \frac{25.000}{(1+i^*)^{10}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 5 = (1+i^*)^{10}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt[10]{5} = 1 + i^*$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt[10]{5} - 1 = i^*$$

$$\Leftrightarrow \quad i^* = 0{,}1746 \Rightarrow 61\%$$

$i^* = 17{,}46\% > i = 10\%$ $\Rightarrow$ Investition vorteilhaft.

5. Weitergehende Probleme der Investitionsrechnung

Bisher wurde die dynamische Investitionsrechnung bei Sicherheit betrachtet. Nun sei kurz der Einfluß von Unsicherheit betrachtet.

Die Kapitalwertformel für ein 1-jähriges Investitionsprojekt lautete: $KW = \frac{a_1}{(1+i)^1} - A_0$

Was passiert nun, wenn a_1 unsicher ist, also $\tilde{a}_1$ (die Schlange steht für Zufall)?

Dann ist $\tilde{a}_1$ abhängig vom Erwartungswert und von der Risikobereitschaft des Investors. Erforderlich ist ein Sicherheitsäquivalent bzw. eine Risikoprämie SÄ = μ - RP. Die **modifizierte Kapitalwertformel** sieht dann wie folgt aus:

$$\boxed{KW = \frac{\mu\ \tilde{a}_1 - RP}{(1+i)^1} - A_0}$$

$$\Leftrightarrow \quad KW = \frac{SÄ\,(\tilde{a}_1)}{(1+i)^1} - A_0$$

Der Kapitalwert muß auch hier trivial größer Null sein, damit sich die Investition lohnt.

Beispiel:

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe eines Projektes:

t	0	1			
Wahrscheinlichkeit		0,25	0,25	0,25	0,25
a_t	-110	0	100	200	300

Wie entscheidet sich der risikoaverse Investor auf Basis der modifizierten Kapitalwertregel bei angenommener RP = 20 bzw. 30[2] und i = 10%? Für $\mu(\tilde{a}_1)$ sei angenommen = 150.

Lösung:

Einsetzen der Werte in die modifizierte Kapitalwertformel: $KW = \frac{\mu\ \tilde{a}_1 - RP}{(1+i)^1} - A_0$

für RP = 20 ergibt sich: $KW = \frac{150 - 20}{1,1} - 110 = 8,18$ (Projekt vorteilhaft)

für RP = 30 ergibt sich: $KW = \frac{150 - 30}{1,1} - 110 = -0,91$ (Projekt nicht vorteilhaft)

[2] Je höher die RP, desto risikoscheuer ist der Investor.

Hausarbeit

Abgabetermin: 15.03.2001

Formalia: 10 Seiten inkl. Anhang

Schrift: Times new roman 12 pt., Zeilenabstand 1,5

Seitenrand: oben/unten 2,5 cm, rechts 2 cm, links 4 cm

Thema 1: „Corporate Governance - Managementdisziplinierung durch den Aufsichtsrat der Publikums-AG"

1. Begriff der Corporate Governance
2. Charakterisierung des principal-agent-Problems unter Berücksichtigung verschiedener Informationsasymmetrien
3. Lösungsansätze - Mechanismen zur Kontrolle

   Verträge, marktliche Kontrolle, institutionellen Überwachungsmechanismen
4. Funktion und Aufgaben des Aufsichtsrats gemäß Aktiengesetz
5. Abschluß: doppelstufiges agency-Problem diskutieren, da auch der Aufsichtsrat nicht unbedingt die Interessen des Unternehmens vertritt und selbst kontrolliert werden muß.

Literatur: **Franke/Hax**[4], Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt (S. 409-450); **Knuth Martens**, Managementüberwachung durch den Aufsichtsrat (S. 1-45, 208-217); **Zeitschriften 2000** durchsehen, insbesondere „Zeitschrift für Controlling" und „Controller-Magazin" (Literatur im Planungsseminar).

Thema 2: „Die Balanced Scorecard als innovatives Managementsystem"

1. Begriffe: Strategie, Vision, strategische Planung
2. Die Balanced Scorecard (BSC): Konzeption, Kennzahlensysteme zur Strategieumsetzung (top-down-Ansatz), Unterscheidung der Perspektiven (Finanzperspektive, Mitarbeiterperspektive, Prozeßperspektive, Kundenperspektive), Verknüpfung der Perspektiven zur Ursache-Wirkung-Netzwerken.
3. Würdigung: was kann die BSC leisten und was nicht, evtl. mit Beispielen aus der Praxis.

Literatur: **Robert Kaplan/David Norton**, Balanced Scorecard - Strategien erfolgreich umsetzen; **Jürgen Weber/Utz Schäffer**, Einführung der BSC - 8 Erfolgsfaktoren, in Controller-Magazin 2000, 3; **Jürgen Weber/Wolfgang Männel**, Accounting und Systemanwendung, als Sonderheft 2/2000 zur Zeitschrift für Controlling (Literatur im Planungsseminar).

4.2 Ü: Zinseszins- und Rentenrechnung

Ü1: Sie erben 10.000 Euro und legen das Geld für vier Jahre zu 5,5% p.a. an. Wie hoch ist der Betrag in 4 Jahren?

Ü2: Wieviel sind bei einem Zins von 5% p.a. 1000 Euro heute wert, die Sie a) in 1 Jahr, b) in 5 Jahren, c) zu Beginn des 6. Jahres und d) in 25 Jahren erhalten werden?

Ü3: Vor sieben Jahren haben Sie Ihrer Bank 125.000 Euro anvertraut. Inzwischen ist Ihr Kapital auf 225.000 Euro angewachsen. Wie hoch war die durchschnittliche Verzinsung?

Ü4: Sie haben 5.000 Euro zu 8% angelegt. Wie lange müssen Sie warten, bis sich das Kapital verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht hat?

Ü5: Der Bezieher einer Unfallrente von jährlich 1.500 Euro erhält von seiner Versicherung das Angebot, sich durch eine Einmalzahlung abfinden zu lassen. Bei welcher Abfindungssumme sollte der Rentner das Angebot annehmen, wenn ihm die Rente noch 10 Jahre lang zusteht und er mit einer jährlichen Verzinsung von 8% rechnet?

Ü6: Sie sparen jährlich 2.000 Euro. Welcher Betrag steht Ihnen nach 5 Jahren bei 9% p.a. zur Verfügung?

Ü7: Ein 25-jähriger Hochschulabsolvent plant bis zu seinem 35. Geburtstag 50.000 Euro Eigenkapital zum Kauf einer Eigentumswohnung anzusparen. Welchen gleichen Betrag muß er jedes Jahr bei 7% p.a. anlegen?

Ü8: Ein Kredit i.H.v. 10.000 Euro ist bei einer Verzinsung von 12% p.a. in fünf gleichhohen Jahresraten zu tilgen und zu verzinsen. Wie hoch ist der jährliche Kapitaldienst des Schuldners? Stellen Sie einen Tilgungsplan auf, der die jährlichen Tilgungs- und Zinszahlungen zeigt!

Ü9: Sie können Ihren Lottogewinn i.H.v. 100.000 Euro zu 8% Zinsen anlegen. Wie lange reicht der Gewinn, wenn Sie am Ende jedes Jahres 12.000 Euro entnehmen?

Ü10: In vier Jahren beginnt die Zahlung einer jährlichen Rente von 1.200 Euro mit einer Laufzeit von 15 Jahren. Wieviel ist diese Rente bei einem Zinssatz von 9% heute wert?

Ü11: Ein junger Vater denkt bereits über die Finanzierung des Studiums seiner neugeborenen Tochter nach. Er möchte Ihr vom zwanzigsten bis zum fünfundzwanzigsten Geburtstag jeweils 10.000 Euro zur Verfügung stellen können. Sein Geld kann er zu 6% anlegen.

a) Welchen Betrag muß er heute einzahlen, um das Studium finanzieren zu können?

b) Welchen gleichbleibenden Betrag müßte er vom ersten bis zum fünfundzwanzigsten Geburtstag der Tochter jährlich einzahlen, um das Studium finanzieren zu können?