

# VWA Köln WS 2005/06

## Investitionsplanung und Investitionsrechnung

mit Übungsaufgaben und Lösungen

**Dozent: Dr. Peter von Hinten**

Universität zu Köln  
Seminar für Bankbetriebslehre  
Tel: 0221 470 4081  
e-mail: pvhinten@wiso.uni-koeln.de

### Gliederung

#### A: Investitionsentscheidung und Investitionsrechnung

1. Begriff und Arten von Investitionen
2. Zielsetzungen des Investors und Investitionsentscheidung

#### B: Investitionsentscheidungen bei gegebenem

##### Kalkulationszinsfuß

1. Kapitalwert, Endwert und äquivalente Annuität
2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium
3. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt

#### C: Weiterführende Probleme

1. Unvollkommener Kapitalmarkt und Finanzierungsgrenzen
2. Einbeziehung von Steuern
3. Berücksichtigung der Ungewissheit

Götze, U./Bloech, J.: Investitionsrechnung, 4. Aufl. 2004

Franke, G./Hax, H.: Finanzwirtschaft des Unternehmens und  
Kapitalmarkt, 5. Aufl., 2004

Kruschwitz, L.: Investitionsrechnung, 9. Aufl., 2003

Perridon, L./Steiner, M.: Finanzwirtschaft der Unternehmung,  
13. Aufl., 2004

### Termine

Tag	Zeit	Ort
Montag, 07.11.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 14.11.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 21.11.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 28.11.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 05.12.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 12.12.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 19.12.2005	18.55 – 20.15	HS XXV
Montag, 09.01.2006	18.55 – 20.15 Leistungstest	HS XXV

## A: Investitionsentscheidung und Investitionsrechnung

### A: 1. Begriff und Arten von Investitionen

#### Begriff Investition:

Investition ist ein betrieblicher Vorgang, der zu unterschiedlichen Zeitpunkten t Einzahlungen und Auszahlungen verursacht, wobei dieser Vorgang immer mit einer Auszahlung beginnt.

Beispiel: {-100, 50, 70, 80}

#### Begriff Finanzierung:

Finanzierung ist ein Vorgang, der zu unterschiedlichen Zeitpunkten t Einzahlungen und Auszahlungen verursacht, wobei dieser Vorgang immer mit einer Einzahlung beginnt.

Beispiel: {300, -130, -120, -110}

### Zahlungsreihe einer Investition am Beispiel einer Realinvestition

- Bei einer Realinvestition wird über die Zahlungsreihe die Verbindung zum Leistungsbereich der Unternehmung hergestellt.
- Die Zahlungsreihe der Investition ergibt sich aus den projekt-abhängigen Leistungseinzahlungen und Leistungsauszahlungen.
- Projektabhängig bedeutet:  
Es geht um die durch das betrachtete Investitionsprojekt verursachten Veränderungen der Ein- und Auszahlungen des Leistungsbereichs.

#### Arten von Zahlungen:

- **Einmalige Zahlungen**
- **Laufende Zahlungen**

### Investitionsarten:

- **Realinvestitionen** (Leistungsbereich)  
Investitionen im gesamtwirtschaftlichen Sinne
  - **materielle Investitionen (Sachinvestitionen)**  
Bsp.: Errichtung einer Produktionsanlage
    - **Gründungs- und Erweiterungsinvestitionen**
    - **Ersatzinvestitionen**
    - **Rationalisierungsinvestitionen**
  - **immaterielle Investitionen**  
Bsp.: Durchführung einer Werbekampagne
- **Finanzinvestitionen** (Finanzinvestitionsbereich)  
Dies sind reine Marktoperationen, bei denen Kapital (Geld) an andere Wirtschaftssubjekte übertragen wird

### Einmalige Zahlungen:

- **Anschaffungs- oder Herstellungsauszahlungen**  
für das Investitionsprojekt und die notwendigen Folgeinvestitionen in Hilfs- und Nebenbetrieben
- **Anschaffungsnebenszahlungen**  
für Transport, Installation, Einkaufsprovision, Inbetriebnahme
- **Auszahlungen für die Erhöhung des Umlaufvermögens**,  
Vorräte an Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen, an Halb- und Fertigfabrikaten
- **Auszahlungen für Produkt- u. Verfahrensentwicklung**,  
Marktforschung, Einführungswerbung u.ä.
- **Einzahlung aus der Verwertung der Anlage am Ende der Nutzung**

**Laufende Zahlungen:**

▪ **Laufende Auszahlungen**

Personal, Material, Hilfs- und Betriebsstoffe, Energie, Instandhaltung, usw.

▪ **Laufende Einzahlungen**

Nettoumsatzerlöse aus dem Verkauf der Produkte

**Darstellung der Zahlungsreihe einer Investition:**

- Der Planungshorizont, der T Perioden umfasst, wird in Jahresperioden zerlegt.
- Die Ein- und Auszahlungen werden dem Ende der Periode zugeordnet (diskrete Zahlungsreihen).
- Es werden folgende Symbole verwendet:
  - $a_t$  Zahlungsüberschuss im Zeitpunkt t
  - $a_t > 0$  Einzahlungsüberschuss im Zeitpunkt t
  - $a_t < 0$  Auszahlungsüberschuss im Zeitpunkt t
  - $a_0 < 0$  Anfangsauszahlung im Zeitpunkt 0 =  $A_0$
  - $a_T$  die letzte mit dem Investitionsprojekt verbundene Zahlung

**Zahlungsreihe:  $\{-A_0; a_1; a_2; a_3; \dots; a_{T-1}; a_T\}$**

	Beginn des 1. Jahres	Ende des 1. Jahres	Ende des 2. Jahres	Ende des 3. Jahres	Ende des 4. Jahres
t	0	1	2	3	4
<b>Einzahlungen</b>					
• Umsatzerlöse		1000	1200	1400	900
• Liquidationserlös					300
<b>Summe Einzahlungen</b>	0	1000	1200	1400	1200
<b>Auszahlungen</b>					
• Kauf Anlage	1200				
• Material		320	360	400	240
• Löhne		312	400	602	504
<b>Summe Auszahlungen</b>	1200	632	760	1002	744
<b>Zahlungsüberschuss <math>a_t</math></b>	- 1200	368	440	398	456

**Zahlungsreihe:  $\{-1200; 368; 440; 398; 456\}$**

**A: 2. Zielsetzungen des Investors und Investitionsentscheidung**

**Zielsetzungen des Investors**

- Nur monetäre Zielgrößen werden betrachtet
- **allgemeine Zielsetzung: Vermehrung der Konsummöglichkeiten**
- Eine Investition ist vorteilhaft, wenn durch sie der mögliche Strom der Konsumentnahmen erhöht wird.
- Bei mehrperiodiger Betrachtung besteht das Entscheidungsproblem des Investors darin, den Strom der Konsumentnahmen sowohl in seiner zeitlichen Struktur als auch in seiner Breite zu optimieren.
- Diese Zielformulierung enthält mehrere Freiheitsgrade, so dass sich Schwierigkeiten bei der Handhabung ergeben.
- Die notwendige Vereinfachung gelingt, indem man die gewünschte zeitliche Struktur der Entnahmen fest vorgibt und den Planungszeitraum des Investors auf einen festen Zeitraum begrenzt.
- Zielsetzung des Investors lässt sich dann präzise definieren als **Einkommensstreben** oder **Vermögensstreben**

### Einkommensstreben (Entnahmemaximierung):

Das Endvermögen ( $V_T$ ) (= Vermögen am Ende des Planungszeitraums) und die zeitliche Struktur ( $f_t$ ) der Entnahmen ( $Y$ ) werden fest vorgegeben und sind damit für alle Investitionsalternativen identisch.

Das Ziel des Investors besteht darin, die Höhe der Konsumentnahmen zu maximieren ( $Y \rightarrow \max$ ).

### Vermögensstreben (Endwertmaximierung):

Das Niveau ( $Y$ ) und die Zeitstruktur ( $f_t$ ) der Entnahmen werden für alle Investitionsalternativen identisch vorgegeben.

Einziger Freiheitsgrad ist die Höhe des Endvermögens, die maximiert werden soll ( $V_T \rightarrow \max$ ).

### Bedeutung der Zeitpräferenzen für die Investitionsentscheidung:

Annahmen:

- zwei Zeitpunktbetrachtung
- Zahlungen sind sicher
- gegebene Anfangsausstattung in Form des Konsumstroms der Position A:  
 $C_0 = 700$ ;  $C_1 = 330$
- Beispiel: Investition  $\{- 400; 550\}$

### Frage: Wird mit dem Kapitaleinsatz eine genügend hohe Verzinsung erzielt?

#### ▪ Entgelt für den intertemporalen Tausch

Investition beinhaltet einen Verzicht auf gegenwärtigen Konsum.

**Frage:**

Um wie viel muss der zukünftig mögliche Konsum höher sein, damit sich der Verzicht lohnt?

#### ▪ Entgelt für die Risikoübernahme

Die zukünftigen Einzahlungen aus der Investition sind unsicher, die gegenwärtigen Konsummöglichkeiten, die aufgegeben werden, sind sicher. Der Investor wird einen Ausgleich dafür fordern, dass er unsichere Zahlungsansprüche gegen sichere Konsummöglichkeiten eintauscht.

**Frage:**

Um wie viel höher muss die erwartete Verzinsung sein, damit die unsichere Zahlungsreihe der sicheren Zahlungsreihe vorgezogen wird?

### Beispiel: Investition $\{- 400; 550\}$

Position	$C_0$	$C_1$
A	700	330
Investition	- 400	+ 550
B	300	880

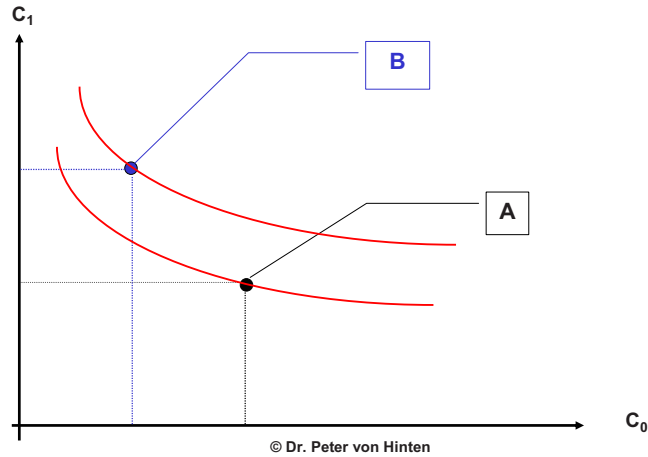
**Investition:**

**Investor wechselt von der Position A in die Position B.**

**Frage:**

**Erreicht der Investor in der Position B einen höheren Nutzen als in der Position A?**

Investition ist vorteilhaft,  
weil der Nutzen der Position B größer ist als der Nutzen der Position A.  
Notwendig ist die Kenntnis der Nutzenfunktion.

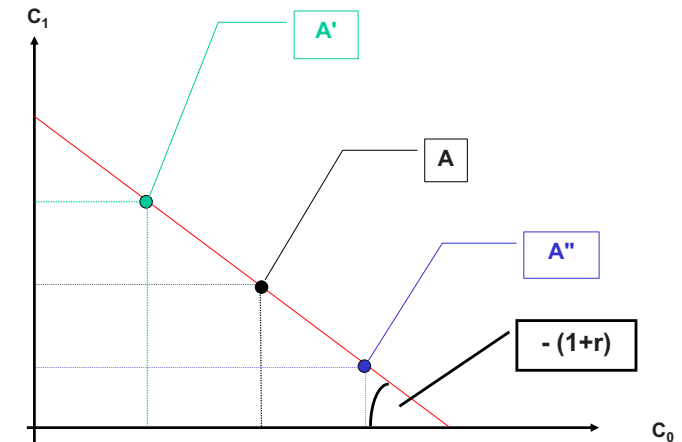
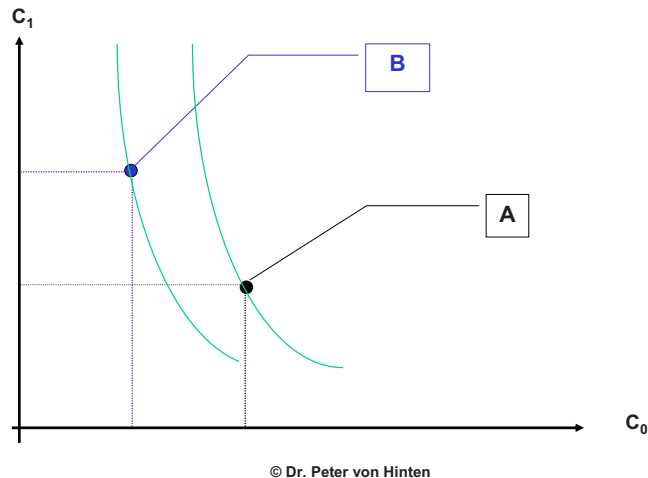


**Annahme:**  
Vollkommener Kapitalmarkt mit einem einheitlichen Zins für  
Geldanlage und Kreditaufnahme; Marktzins  $r$  sei 10 %.

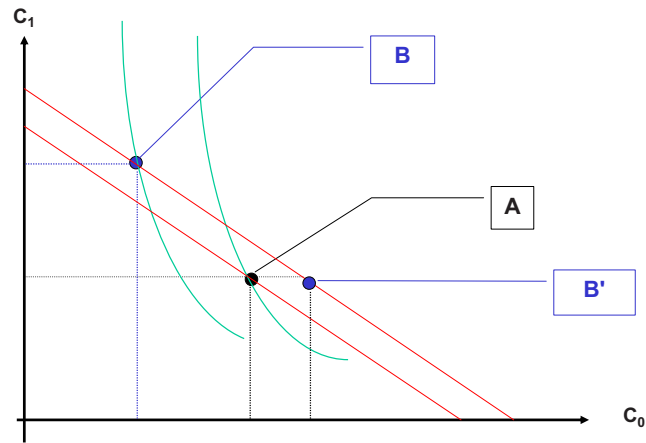
Bei vollkommenem Kapitalmarkt kann jede Ausgangsposition  
über Geldanlage oder Kreditaufnahme in beliebige andere  
Positionen transformiert werden.

Position	$C_0$	$C_1$
A	700	330
Geldanlage	- 200	+ 220
A'	500	550
Position	$C_0$	$C_1$
A	700	330
Kreditaufnahme	+ 100	- 110
A''	800	220

Investition ist nicht vorteilhaft,  
weil der Nutzen der Position B kleiner ist als der Nutzen der Position A.  
Notwendig ist die Kenntnis der Nutzenfunktion.



Bei vollkommenem Kapitalmarkt:  
Investition ist vorteilhaft, weil die Position B auf einer höheren Marktgeraden liegt als die Position A.



© Dr. Peter von Hinten

20

### Messung der Vorteilhaftigkeit:

- Das Ausmaß der Verbesserung der Konsumposition kann über den erreichbaren Achsenabschnitt auf der  $C_0$ -Achse oder auf der  $C_1$ -Achse gemessen werden.
- Der Schnittpunkt der erreichbaren Marktgeraden mit der  $C_0$ -Achse gibt den maximal möglichen gegenwärtigen Konsum an.
- Auf der  $C_1$ -Achse gibt der Schnittpunkt den maximalen zukünftigen Konsum an.

© Dr. Peter von Hinten

22

- Bei vollkommenem Kapitalmarkt ist für die Beurteilung einer Konsumposition nur relevant, auf welcher Marktgeraden die Konsumposition liegt.  
Auf einer Marktgeraden kann der Investor durch Markttransaktionen jede gewünschte Position erreichen.

### ➤ Ergebnis:

Bei vollkommenem Kapitalmarkt ist die Investitionsentscheidung unabhängig von der subjektiven Zeitpräferenz des Investors.

### Im Beispiel ergibt sich:

$$\text{Position A: } C_0^{\text{MAX}} = 700 + (330/1,1) = 700 + 300 = 1000$$

$$\text{Position B: } C_0^{\text{MAX}} = 300 + (880/1,1) = 300 + 800 = 1100$$

- Der maximale gegenwärtige Konsum wird um 100 erhöht.  
Dies ist die gegenwärtige Vermögensmehrung durch das Investitionsprojekt.  
Man bezeichnet dies als Kapitalwert des Projekts ( $V_0$ ).

**Im Beispiel ergibt sich:**

Position A:  $C_1^{MAX} = 700 * 1,1 + 330 = 770 + 330 = 1100$

Position B:  $C_1^{MAX} = 300 * 1,1 + 880 = 330 + 880 = 1210$

- Der maximale zukünftige Konsum wird um 110 erhöht.  
Dies ist die zukünftige Vermögensmehrung durch das Investitionsprojekt.  
Man bezeichnet dies als Endwert des Projekts ( $V_T$ ).

**Kapitalmarkt:**

- Der Kapitalmarkt ist vollkommen und vollständig.

Wertpapier	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
1	- 100	200	80
2	- 90	100	120

- Wenn der Kapitalmarkt vollkommen und vollständig ist, kann eine gegebene Konsumposition durch reine Markttransaktionen in beliebige andere Konsumpositionen mit gleichem Marktwert transformiert werden.

**Bedeutung der Risikopräferenzen für die Investitionsentscheidung:**

- Wenn der Kapitalmarkt vollkommen und vollständig ist, dann sind die Risikopräferenzen des Investors für die Beurteilung von Investitionsprojekten irrelevant.

**Beispiel:**

**Annahmen:**

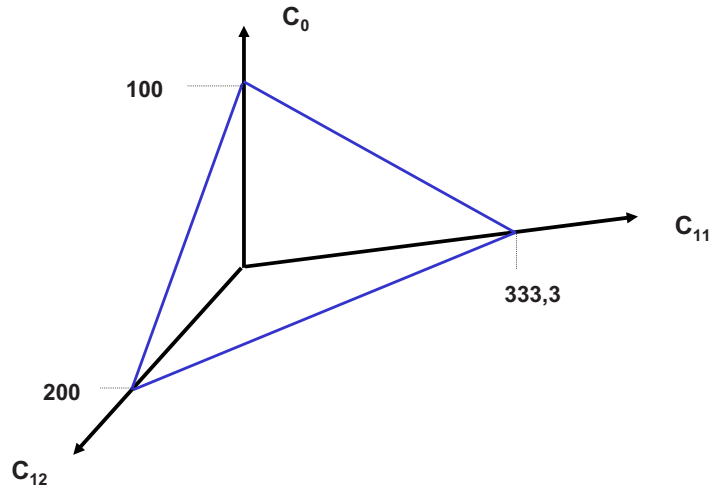
- zwei Zeitpunkte t<sub>0</sub> und t<sub>1</sub>
- Zwei Zustände in t<sub>1</sub> s<sub>1</sub> und s<sub>2</sub>
- Investor verfügt über ein Anfangsvermögen von 100 GE

	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
Investition	- 100	70	240

**Aus dem Anfangsvermögen erreichbare Konsumpositionen:**

	Konsumposition in t bei Zustand s		
	C <sub>0</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>
Position 1	100	0	0
Position 2	0	333,3	0
Position 3	0	0	200

Aus dem Anfangsvermögen erreichbare Konsumpositionen:



Handlungen um Position 3 zu erreichen:

Leerverkauf von 1,25 WP<sub>1</sub>: ergibt Einzahlung von 1,25 · 100 = + 125

Kauf von 2,5 WP<sub>2</sub>: ergibt Auszahlung von 2,5 · 90 = - 225

Portfeuille der Position 3:

Bestand	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
V <sub>0</sub>	+ 100		
- 1,25 WP <sub>1</sub>	+ 125	- 250	- 100
+ 2,5 WP <sub>2</sub>	- 225	+ 250	+ 300
C <sub>ts</sub>	0	0	200

Handlungen um Position 2 zu erreichen:

Leerverkauf von 1,67 WP<sub>2</sub>: ergibt Einzahlung von 1,67 · 90 = + 150

Kauf von 2,5 WP<sub>1</sub>: ergibt Auszahlung von 2,5 · 100 = - 250

Portfeuille der Position 2:

Bestand	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
V <sub>0</sub>	+ 100		
2,5 WP <sub>1</sub>	- 250	+ 500	+ 200
-1,67 WP <sub>2</sub>	+ 150	- 166,7	- 200
C <sub>ts</sub>	0	333,3	0

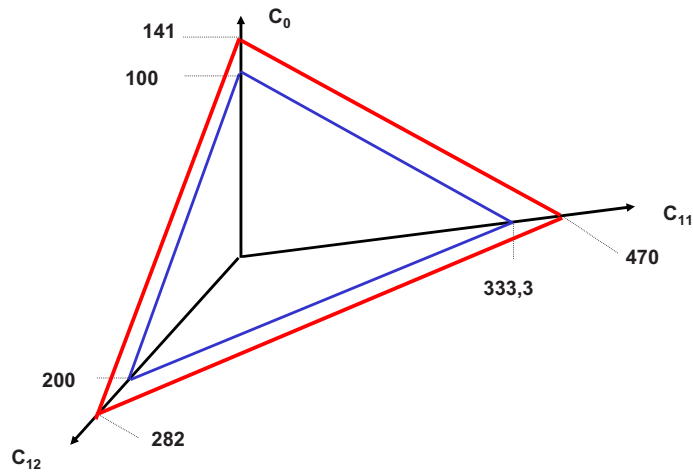
Prüfung der Vorteilhaftigkeit des Investitionsprojektes:

- Investitionsprojekt ist vorteilhaft, wenn die nach Durchführung des Projektes erreichbaren Konsumpositionen die ohne Durchführung des Projektes erreichbaren Konsumpositionen dominieren.
- Vergleich der mit dem Investitionsprojekt möglichen Konsumpositionen mit denen ohne das Investitionsprojekt.

**Erreichbare Konsumpositionen bei Realisation des Investitionsprojektes:**

	Konsumposition in t bei Zustand s		
	C <sub>0</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>
Position 1	141	0	0
Position 2	0	470	0
Position 3	0	0	282

**Erreichbare Konsumpositionen mit und ohne Investition:**



**Handlungen um Position 2 zu erreichen:**

Leerverkauf von 5 WP<sub>2</sub>: ergibt Einzahlung von  $5 \cdot 90 = + 450$

Kauf von 4,5 WP<sub>1</sub>: ergibt Auszahlung von  $4,5 \cdot 100 = - 450$

**Portfeuille der Position 2:**

Bestand	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
V <sub>0</sub>	+ 100		
Inv	- 100	+ 70	+ 240
4,5 WP <sub>1</sub>	- 450	+ 900	+ 360
- 5 WP <sub>2</sub>	+ 450	- 500	- 600
C <sub>ts</sub>	0	470	0

**Handlungen um Position 1 zu erreichen:**

Leerverkauf von 2,65 WP<sub>2</sub>: ergibt Einzahlung von  $2,65 \cdot 90 = + 238,5$

Kauf von 0,975 WP<sub>1</sub>: ergibt Auszahlung von  $0,975 \cdot 100 = - 97,5$

**Portfeuille der Position 1:**

Bestand	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
V <sub>0</sub>	+ 100		
Inv	- 100	+ 70	+ 240
0,975 WP <sub>1</sub>	- 97,5	+ 195	+ 78
- 2,65 WP <sub>2</sub>	+ 238,5	- 265	- 318
C <sub>ts</sub>	141	0	0

**Handlungen um Position 3 zu erreichen:**

Leerverkauf von 0,7875 WP<sub>1</sub>: ergibt Einzahlung von  $0,7875 \cdot 100 = + 78,75$

Kauf von 0,875 WP<sub>2</sub>: ergibt Auszahlung von  $0,875 \cdot 90 = - 78,75$

**Portfeuille der Position 3:**

Bestand	Zahlung in t bei Zustand s		
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	
		s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>
V <sub>0</sub>	+ 100		
Inv	- 100	+ 70	+ 240
- 0,7875 WP <sub>1</sub>	+ 78,75	- 157,5	- 63
+ 0,875 WP <sub>2</sub>	- 78,75	+ 87,5	+ 105
C <sub>ts</sub>	0	0	282

**Ergebnis:**

- Auf dem vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt sind die Risikopräferenzen des Investors zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einer Investition irrelevant.
- Dies ergibt sich, weil der Investor die von ihm gewünschte Risikoposition immer über Markttransaktionen herstellen kann, so dass er nicht an die Risikostruktur der Zahlungen aus der Investition gebunden ist. Die Investition bestimmt nur, auf welcher Marktebene er handelt.
- Eine Investition ist vorteilhaft, wenn mit der Investition eine höhere Marktebene erreicht wird als ohne Investition. Ob dies der Fall ist, kann am Vergleich des maximal möglichen Gegenwartskonsums mit und ohne Investition abgelesen werden.
- Auch unter Unsicherheit ist das Verzinsungserfordernis durch den Markt vorgegeben, da dieser immer eine alternative Kapitalverwendungsmöglichkeit anbietet.  
Im Marktzinssatz ist unter Unsicherheit also auch ein Entgelt für die Risikoübernahme, eine Risikoprämie, enthalten.

**B: Investitionsentscheidungen bei gegebenem Kalkulationszinsfuß**

**1. Kapitalwert, Endwert und äquivalente Annuität**

**Annahmen für die weitere Betrachtung:**

- die Zahlungsreihe der Investition ist gegeben,
- der Kalkulationszinsfuß ist gegeben (z.B:  $i = 0,10 = 10\%$ ),
- **Sollzinssatz = Habenzinssatz**  
Vorteilhaftigkeit der Investition hängt nicht von der Art der Finanzierung ab;  
Investitions- und Finanzierungsentscheidungen können voneinander getrennt werden.

**B: Investitionsentscheidungen bei gegebenem Kalkulationszinsfuß**

1. Kapitalwert, Endwert und äquivalente Annuität
2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium
3. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt

**Endwert  $V_T$**

Der Endwert gibt die durch das Investitionsprojekt erreichte Vermehrung des Endvermögens an.

Endwert  $V_T =$

Überschuss aus dem Investitionsprojekt über

- die Erträge einer Alternativanlage bzw.
- die Zinsen und Tilgungszahlungen aus einer Kreditaufnahme am Ende der Laufzeit der Investition.

$$V_T = \sum_{t=1}^T a_t \cdot q^{T-t} - A_0 \cdot q^T \quad q = 1+i$$

Investitionsprojekt A:

t	0	1	2	3	4
a <sub>t</sub>	-1200	368	440,00	398,00	456,00
Anlage		- 368	→	→	489,81
Anlage			- 440,00	→	532,40
Anlage				- 398,00	→ 437,80
Summe	- 1200	0	0,00	0,00	1916,01

Alternativanlage:

a <sub>t</sub>	- 1200	→	→	→	1756,92
----------------	--------	---	---	---	---------

Kreditaufnahme: (Annahme: alle Zins- und Tilgungszahlungen fallen in t<sub>4</sub> an)

→  $a_4 = A_0 \cdot (1+i)^4$

a <sub>t</sub>	1200	→	→	→	- 1756,92
----------------	------	---	---	---	-----------

Im Zahlenbeispiel:  $V_T = 1916,01 - 1756,92 = 159,09$

Definition des Kapitalwertes:

- Der Kapitalwert ist der Gegenwartswert der Zahlungsreihe der Investition. Er gibt die gegenwärtige Vermögensmehrung an, die der Investor bei Durchführung des Investitionsprojektes gegenüber der Alternativanlage am Kapitalmarkt erzielt.
- Der Kapitalwert gibt einen Überschuss an, der in t<sub>0</sub> entnommen werden kann.
- Den Kapitalwert einer Zahlungsreihe erhält man, wenn man alle Zahlungen der Investition auf den Zeitpunkt t=0 abzinst und addiert.

$$V_0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot q^{-t} - A_0 = \sum_{t=0}^T a_t \cdot q^{-t} \quad (A_0 \equiv a_0)$$

Kapitalwert V<sub>0</sub>

Beim Kapitalwert bezieht man alle Zahlungen aus der Investition auf den Zeitpunkt t = 0.

Investitionsprojekt A:

t	0	1	2	3	4
a <sub>t</sub>	-1200	368	440	398	456
Kredit	334,55	← -368			
Kredit	363,64	←	- 440		
Kredit	299,02	←		- 398	
Kredit	311,45	←			- 456
Summe	108,66	0	0	0	0

Alternativanlage:

t	0	1	2	3	4
a <sub>t</sub>	- 1200	120	120	120	1320
Kredit	109,09	- 120			
Kredit	99,17		- 120		
Kredit	90,16			- 120	
Kredit	901,58				- 1320
Summe	0	0	0	0	0

Kapitalwert der Alternativanlage ist Null.

**Berechnung des Kapitalwerts**

Projekt A				
Zeit	EZÜ	$q^t = (1+i)^t$	$1/q^t$	Barwert
t	$a_t$	1,100		EZÜ
0	-1200	1,00000	1,000000	-1200,00
1	368	1,10000	0,909091	334,55
2	440	1,21000	0,826446	363,64
3	398	1,33100	0,751315	299,02
4	456	1,46410	0,683013	311,45
Summe	462		Kapitalwert	108,66
$i^*$	0,140000			

**Erklärung des Kapitalwertes:**

- Kapitalwert ist als gegenwärtige Vermögensmehrung der Geldbetrag, der aus dem Investitionsprojekt über die Verzinsung und Rückzahlung des anfangs investierten Kapitals hinaus erwirtschaftet wird.
- Wird die Investition mit eigenen Mitteln finanziert, so gibt der Kapitalwert an, welcher Geldbetrag über die Anschaffungsauszahlung hinaus alternativ angelegt werden muss, um die gleichen Erträge wie das Investitionsprojekt zu erzielen.
- Wird die Investition mit Kredit zum Kalkulationszinsfuß  $i$  finanziert, so kann zusätzlich zur Anfangsauszahlung ein Kredit in Höhe des Kapitalwerts aufgenommen werden, der ebenfalls aus den Zahlungen des Investitionsprojektes verzinst und getilgt wird.

**Einfache Berechnung des Kapitalwerts:**

Investitionsprojekt A:

t	Wert in t	Wert in t-1
t = 4	456,00	$456,00 : 1,1 = 414,55$
t = 3	$398,00 + 414,55 = 812,55$	$812,55 : 1,1 = 738,68$
t = 2	$440,00 + 738,68 = 1178,68$	$1178,68 : 1,1 = 1071,53$
t = 1	$368,00 + 1071,53 = 1439,53$	$1439,53 : 1,1 = 1308,66$
t = 0	$1308,66 - 1200,00 = 108,66$	

**Kreditaufnahme in Höhe von  $A_0 + K_0$**

t	$a_t$	$KB_t$	$Z_t$	$S_t$
0	- 1308,66			
1	368,00	1308,66	130,87	237,13
2	440,00	1071,53	107,15	332,85
3	398,00	738,68	73,87	324,13
4	456,00	414,55	41,45	414,55
Summe			353,34	1308,66

Rechenregeln:

$KB_t = KB_{t-1} - S_{t-1}$        $Z_t = KB_t \cdot i$        $S_t = a_t - Z_t$

**Entscheidungskriterium:**

Investitionsprojekt ist durchzuführen,  
wenn der Kapitalwert positiv ist.

$V_0 > 0$

Dies gilt:

- unabhängig von den subjektiven Präferenzen des Investors,
- unabhängig von der Finanzierung der Investition.

Für die Investition A ergibt sich:

$$g(A) = 108,66 \cdot \frac{1,1^4 \cdot 0,1}{1,1^4 - 1} = 34,28$$

t	a <sub>t</sub>	KB <sub>t</sub>	Z <sub>t</sub>	S <sub>t</sub>	g
0	- 1200				
1	368	1200,00	120,00	213,72	34,28
2	440	986,28	98,63	307,09	34,28
3	398	679,19	67,92	295,80	34,28
4	456	383,39	38,33	383,39	34,28
Summe			324,88	1200,00	

Rechenregeln:

$KB_t = KB_{t-1} - S_{t-1}$

$Z_t = KB_t \cdot i$

$S_t = a_t - g - Z_t$

**Äquivalente Annuität:**

- Die Äquivalente Annuität ist der jährlich nach Bezahlung von Zins und Tilgung verbleibende Überschuß.
- Das ist der Betrag, der jährlich entnommen werden kann, wenn die Investition mit einem Kredit zum Kalkulationszinsfuß finanziert wurde.

Die äquivalente Annuität erhält man aus der Formel:

$$g = V_0 \cdot \frac{q^T \cdot (q - 1)}{q^T - 1}$$

Die äquivalente Annuität kann man als jährliche Zahlung an den Investor aus dem Investitionsprojekt interpretieren.

Der Barwert dieser jährlichen Zahlungen ist der Kapitalwert.

t	a <sub>t</sub>	q <sup>t</sup> = (1+r) <sup>t</sup>	q <sup>-t</sup>	a <sub>t</sub> · q <sup>-t</sup>
0				
1	34,28	1,1000	0,9091	31,16
2	34,28	1,2100	0,8264	28,33
3	34,28	1,3310	0,7513	25,76
4	34,28	1,4641	0,6830	23,41
Summe	137,12			108,66

Äquivalente Annuität und Endwert sind lediglich Umformungen des Kapitalwerts:

$$V_0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot q^{-t} - A_0$$

$$g = V_0 \frac{q^T \cdot (q - 1)}{q^T - 1}$$

$$V_T = V_0 \cdot q^T$$

Äquivalente Annuität und Endwert sind genau dann positiv und größer Null, wenn der Kapitalwert > 0 ist.

➤ **Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte**

- Investition A: { -1200; 368; 440; 398; 456}
- Investition B: { -1500; 440; 508; 660; 580}

	Projekt A	Projekt B
Kapitalwert	108,66	211,85
Endwert	159,09	310,17
äquivalente Annuität	34,28	66,83

**Entscheidungsregel:**

Realisiere das Investitionsprojekt, für das

- der Kapitalwert maximal ist,
- der Endwert maximal ist,
- die äquivalente Annuität maximal ist.

**Entscheidungsregeln:**

➤ **Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt**

Handlungsalternativen:

- Durchführung des Projekts
- Nichtdurchführung (Unterlassung) des Projekts; dies ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, die Alternativanlage zu realisieren.

Die Investition lohnt sich genau dann:

- ◆ wenn der Kapitalwert positiv ist.  $V_0 > 0$
- ◆ wenn die äquivalente Annuität positiv ist.  $g > 0$
- ◆ wenn der Endwert positiv ist.  $V_T > 0$

**Vorsicht**

ist bei der Verwendung von Endwert und äquivalenter Annuität geboten, wenn Projekte mit unterschiedlicher Nutzungsdauer betrachtet werden.

**Endwertvergleich**

- Investition A: { -1200; 368; 440; 398; 456}
- Investition C: { -1400; 530; 490; 390; 360; 130}

Endwerte der Projekte:

$$V_T (A) = 159,09$$

$$V_T (C) = 171,35$$

Projekt A		Endwert auf 4 Perioden		
Zeit	EZÜ	$q^t = (1+i)^t$	$q^{(t-1)}$	Endwert
t	$a_t$	1,100		EZÜ
0	-1200	1,00000	1,464100	-1756,92
1	368	1,10000	1,331000	489,81
2	440	1,21000	1,210000	532,40
3	398	1,33100	1,100000	437,80
4	456	1,46410	1,000000	456,00
Summe	462		Endwert	159,09

Projekt C		Endwert auf 5 Perioden		
Zeit	EZÜ	$q^t = (1+i)^t$	$q^{(t-1)}$	Endwert
t	$a_t$	1,100		EZÜ
0	-1400	1,00000	1,610510	-2254,71
1	530	1,10000	1,464100	775,97
2	490	1,21000	1,331000	652,19
3	390	1,33100	1,210000	471,90
4	360	1,46410	1,100000	396,00
5	130	1,61051	1,000000	130,00
Summe	500		Endwert	171,35

**Vergleich mit der äquivalenten Annuität**

- Investition A: { -1200; 368; 440; 398; 456}
- Investition D: { -1400; 540; 490; 390; 360; 130}

Annuitäten der Projekte:

$g(A) = 34,28$

$g(D) = 30,47$

- Die beiden Endwerte sind nicht direkt vergleichbar, weil man den Endwert von Projekt A in  $t = 4$  zur Verfügung hat, den von Projekt C erst in  $t = 5$ .
- Um Vergleichbarkeit herzustellen, muss man von einem einheitlichen Planungszeitraum des Investors ausgehen, d. h. den Endwert von Projekt A auch auf  $T = 5$  beziehen.  
Man erhält dann:  $V_T(A) = 175,00$ .

Projekt A		Endwert auf 5 Perioden		
Zeit	EZÜ	$q^t = (1+i)^t$	$q^{(t-1)}$	Endwert
t	$a_t$	1,100		EZÜ
0	-1200	1,00000	1,610510	-1932,61
1	368	1,10000	1,464100	538,79
2	440	1,21000	1,331000	585,64
3	398	1,33100	1,210000	481,58
4	456	1,46410	1,100000	501,60
5	0	1,61051	1,000000	0,00
Summe	462		Endwert	175,00

- Die Schlussfolgerung, dass Projekt A dem Projekt D vorzuziehen ist, weil es die höhere Annuität aufweist, ist falsch.  
Die 34,28 aus dem Projekt A fließen dem Investor nur 4 Perioden zu.  
Die 30,47 aus Projekt D kann der Investor 5 Perioden entnehmen.
- Es muss Vergleichbarkeit durch Bezug auf den einheitlichen Planungszeitraum des Investors hergestellt werden.  
 $T = 5$

Berechnet man die Annuität von Projekt A auf 5 Perioden, dann erhält man:  $g(A) = 28,66 < g(D) = 30,47$

t	$a_t$	$KB_t$	$Z_t$	$S_t$	g	Überschuss
0	- 1200					
1	368	1200,00	120,00	219,34	28,66	
2	440	980,66	98,07	313,27	28,66	
3	398	667,39	66,74	302,60	28,66	
4	456	364,80	36,48	364,80	28,66	26,06
5					28,66	

$$26,06 \cdot 1,1 = 28,66$$

## B: Investitionsentscheidungen bei gegebenem Kalkulationszinsfuß

1. Kapitalwert, Endwert und äquivalente Annuität

2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium

3. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt

### Zusammenfassung:

#### ➤ Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt

Die Investition lohnt sich genau dann:

- ◆ wenn der Kapitalwert positiv ist.  $V_0 > 0$
- ◆ wenn die äquivalente Annuität positiv ist.  $g > 0$
- ◆ wenn der Endwert positiv ist.  $V_T > 0$

#### ➤ Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte

Realisiere das Investitionsprojekt, für das

- ◆ der Kapitalwert maximal ist,
- ◆ der Endwert maximal ist,
- ◆ die äquivalente Annuität maximal ist.

**Voraussetzung:**

**Endwert und äquivalente Annuität werden auf den einheitlichen Planungszeitraum des Investors bezogen!**

### B: 2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium

**Definition des internen Zinsfußes:**

Der interne Zinsfuß ( $i^*$ ) einer Zahlungsreihe ist derjenige Zinssatz, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinsfuß der Kapitalwert = 0 wird.

$$V_0 = 0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot (1+i^*)^{-t} - A_0$$

Für das Investitionsprojekt A ergibt sich:

Zeit t	EZÜ a <sub>t</sub>	q <sup>t</sup> = (1+i*) <sup>t</sup> 1,140	1/q <sup>t</sup>	Barwert EZÜ
0	-1200	1,00000	1,000000	-1200,00
1	368	1,14000	0,877193	322,81
2	440	1,29960	0,769468	338,57
3	398	1,48154	0,674972	268,64
4	456	1,68896	0,592080	269,99
<b>Summe</b>	<b>462</b>	<b>Kapitalwert</b>		<b>0,0000</b>
i*	0,140			

Für das Investitionsprojekt A gilt:

t	a <sub>t</sub>	KB <sub>t</sub>	Z <sub>t</sub>	S <sub>t</sub>
0	- 1200			
1	368	1200	168	200
2	440	1000	140	300
3	398	700	98	300
4	456	400	56	400
<b>Summe</b>	<b>462</b>		<b>462</b>	<b>1200</b>

### Erklärung des internen Zinsfußes:

- Der interne Zinsfuß gibt die Verzinsung an, die auf das jeweils im Investitionsprojekt gebundene Kapital erzielt wird.

### Annahmen:

Kapitalbindung im Zeitpunkt t:  $KB_t = KB_{t-1} - S_{t-1}$

Zinszahlung in t:  $Z_t = KB_t \cdot i^*$

Tilgung im Zeitpunkt t:  $S_t = a_t - Z_t$

Der interne Zinsfuß kann als „kritischer Wert“ einer Sensitivitätsanalyse aufgefasst werden:

- Bei Fremdfinanzierung gibt der interne Zinsfuß den maximalen Sollzinssatz des Kredits an, den das fremdfinanzierte Investitionsprojekt gerade noch tragen kann, ohne dass es unvorteilhaft wird.
- Bei Eigenfinanzierung gibt der interne Zinsfuß den Anlagezinssatz an, den die Alternativeanlage maximal erzielen darf, ohne dass das Investitionsprojekt unvorteilhaft wird.

**Kapitalwertfunktion:**

Zusammenhang zwischen Kalkulationszinsfuß  
und Kapitalwert.

Annahmen:

$$a_0 < 0$$

$$a_t > 0 \quad \text{für } t = 1 \dots T$$

$$\sum_{t=0}^T a_t > 0$$



$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{a_t}{(1+i)^t} - A_0 \longrightarrow \frac{dV_0}{di} = - \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot a_t}{(1+i)^{t+1}}$$

Für  $i \rightarrow -1$  geht  $(1+i) \rightarrow 0$  und  $V_0 \rightarrow \infty$

Für  $i = 0$  wird  $(1+i) = 1$  und  $V_0 = \sum_{t=0}^T a_t$

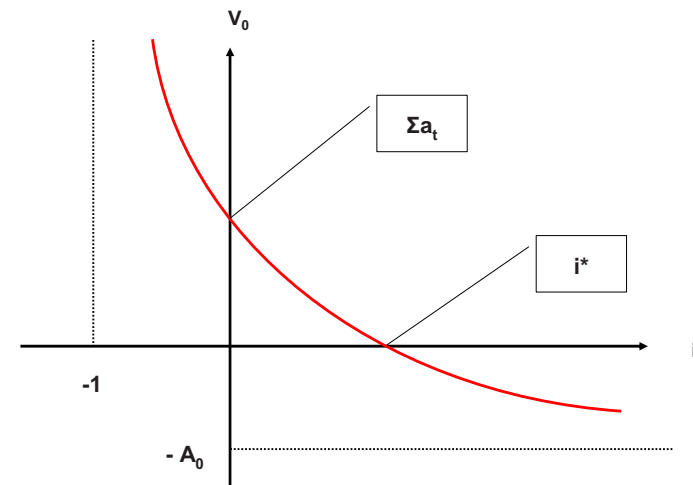
Für  $i \rightarrow \infty$  geht  $(1+i) \rightarrow \infty$  und  $V_0 \rightarrow -A_0$

Bei Normalinvestition gilt:

$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{a_t}{(1+i)^t} - A_0 \longrightarrow \frac{dV_0}{di} = - \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot a_t}{(1+i)^{t+1}}$$

Da  $t$  und  $a_t$  positiv sind,  
ist die Steigung der Kapitalwertfunktion negativ,  
solange  $i > -1$  ist.

Die Kapitalwertfunktion ist monoton fallend.



**Entscheidungsregeln:**

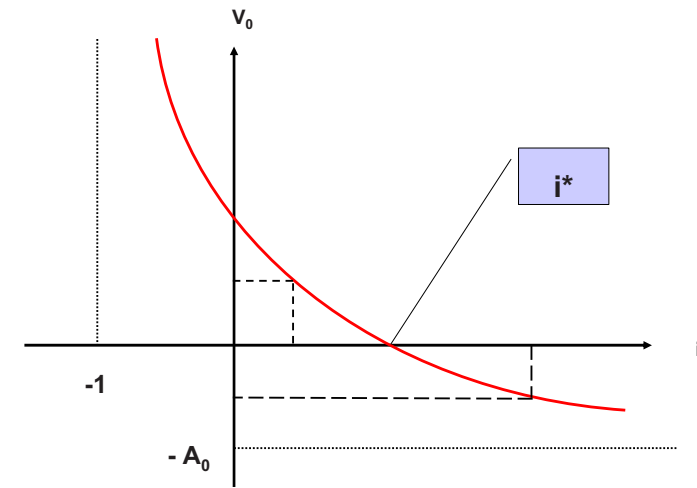
➤ **Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt**

Handlungsalternativen:

- Durchführung des Projekts
- Nichtdurchführung (Unterlassung) des Projekts; dies ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, die Alternativenanlage zu realisieren.

Eine Investition ist immer dann vorteilhaft, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe größer ist als Kalkulationszinsfuß.

Realisiere das Investitionsprojekt, wenn:  $i^* > i$



Entscheidungsregel führt in folgenden Fällen zum gleichen Ergebnis wie das Kapitalwertkriterium:

➤ **bei Zahlungsreihen mit einem Vorzeichenwechsel und negativen Zahlungen am Anfang**

$$a_t < 0 \quad \text{für } t = 0 \dots \bar{t}$$

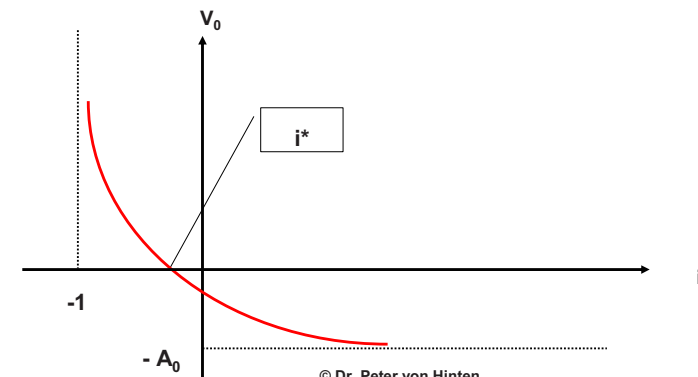
$$a_t > 0 \quad \text{für } t = \bar{t} + 1 \dots T$$

$$\text{Gilt } \sum a_t > 0 \quad \text{dann } i^* > 0$$

$$V_0 > 0, \text{ wenn } i^* > i$$

$$\text{Gilt } \sum a_t < 0 \quad \text{dann } i^* < 0$$

$$V_0 < 0, \text{ für alle } i > 0$$



➤ bei Zahlungsreihen mit zwei Vorzeichenwechseln, negativen Zahlungen am Anfang und Erfüllung des Deckungskriteriums

$$\begin{aligned}
 a_t < 0 & \quad \text{für } t = 0 \dots \bar{t} \\
 a_t > 0 & \quad \text{für } t = \bar{t} + 1 \dots \hat{t} \\
 a_t < 0 & \quad \text{für } t = \hat{t} + 1 \dots T
 \end{aligned}
 \quad \sum_{t=0}^T a_t > 0$$

Für  $i = 0$  wird  $q = 1$  und  $V_0 = \sum_{t=0}^T a_t$

Für  $i \rightarrow \infty$  geht  $(1+i) \rightarrow \infty$  und  $V_0 \rightarrow -A_0$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} V_0 = \lim_{q \rightarrow \infty} (a_0 + a_1 \cdot q^{-1} + \dots + a_{T-1} \cdot q^{T-1} + a_T \cdot q^{-T}) \rightarrow a_0$$

Die Kapitalwertfunktion hat nur eine Nullstelle im positiven Bereich. Man erhält einen eindeutigen internen Zinsfuß.

Es gilt also:

$$\begin{aligned}
 i^* > i & \quad V_0 > 0 \\
 i^* < i & \quad V_0 < 0
 \end{aligned}$$

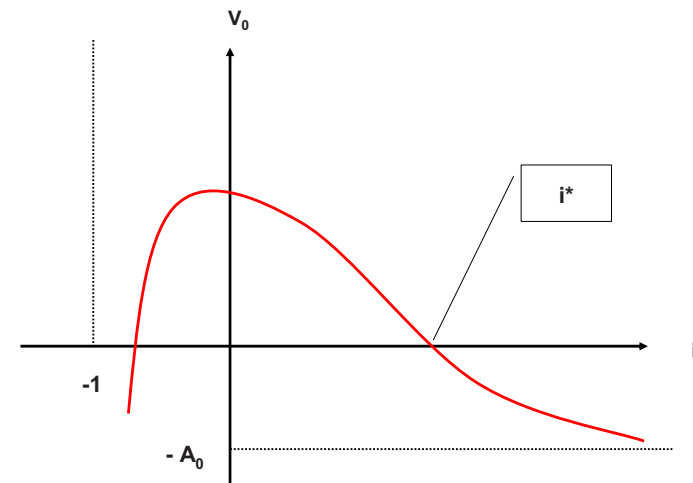
Es gilt:

Für  $i \rightarrow -1$  geht  $q \rightarrow 0$  und  $V_0 \rightarrow -\infty$

$$\begin{aligned}
 \lim_{q \rightarrow 0} V_0 &= \lim_{q \rightarrow 0} (a_0 + a_1 \cdot q^{-1} + \dots + a_{T-1} \cdot q^{T-1} + a_T \cdot q^{-T}) \\
 &= \lim_{q \rightarrow 0} q^{-T} \cdot (a_0 \cdot q^T + a_1 \cdot q^{T-1} + \dots + a_{T-1} \cdot q^1 + a_T)
 \end{aligned}$$

Für  $q \rightarrow 0$  wird die Klammer zu  $a_T$ , weil alle anderen Glieder für  $q \rightarrow 0$  gleich Null werden.

$$\lim V_0 = \lim \frac{a_T}{q^T} \rightarrow -\infty \quad \text{da} \quad a_T < 0$$



**Entscheidungsregeln:**

➤ **Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte**

Handlungsalternativen:

- Durchführung eines und nur eines der Projekte
- Realisation der Alternativeanlage;  
dies ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, keines der Projekte zu realisieren.

**Vergleich der Projekte A und B:**

Das Projekt A hat den höheren internen Zinsfuß und bei jedem Kalkulationszinsfuß den höheren Kapitalwert.

i	Kapitalwert des Projektes	
	A	B
0,02	380,02	295,27
0,05	268,53	202,03
0,08	169,09	119,11
0,10	108,66	68,83
0,12	52,42	22,12
0,13	25,76	0,00
0,14	0,00	- 21,35
0,15	- 24,89	- 41,95
0,16	- 48,94	- 61,86

**Das Projekt A dominiert das Projekt B.**

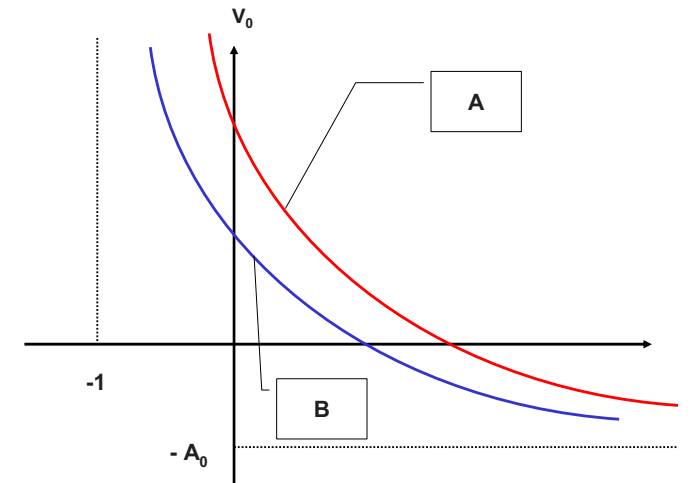
Zahlenbeispiel:

- |   |                              |              |
|---|------------------------------|--------------|
| A | {- 1200; 368; 440; 398; 456} | $i^*_A=0,14$ |
| B | {- 1000; 330; 304; 278; 452} | $i^*_B=0,13$ |
| C | {- 1400; 268; 356; 432; 896} | $i^*_C=0,12$ |
| D | {- 800; 220; 205; 390; 345}  | $i^*_D=0,15$ |

Intuitive Entscheidungsregel:

Wähle das Projekt mit dem höchsten internen Zinsfuß!

**Aber: Vorsicht!!!**



**Ergebnis:**

- Die Kapitalwertfunktion von A läuft immer über der von B.

	$\Sigma a_t$	$i^*$
A	462	0,14
B	364	0,13

- Da das Projekt A das Projekt B dominiert, kann das Projekt B aus der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden, weil es niemals vorteilhaft sein kann. Denn bei jedem beliebigen Kalkulationszinsfuß wird immer das Projekt A dem Projekt B vorgezogen.
- Hier führt die Entscheidungsregel: Realisiere von zwei einander ausschließenden Investitionsprojekten das mit dem höheren internen Zinsfuß zur kapitalwertmaximalen Entscheidung.

Die Kapitalwertfunktionen der Projekte A und C schneiden sich im ersten Quadranten.

Dies erkennt man sehr leicht aus folgender Betrachtung

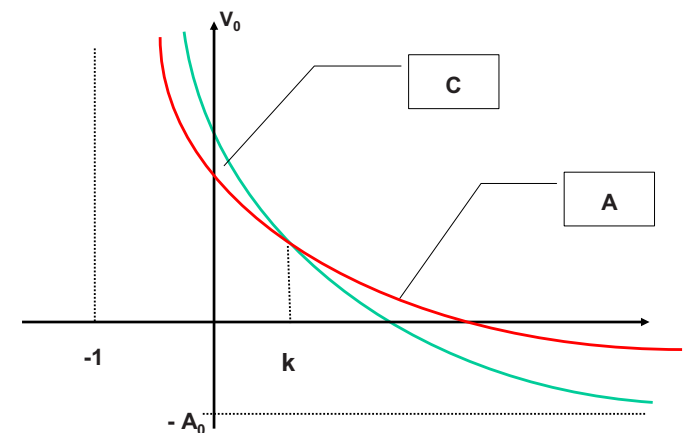
	$\Sigma a_t$	$i^*$
A	462	0,14
C	552	0,12

Welches der beiden Projekte vorteilhafter ist, hängt von der Höhe des Kalkulationszinsfußes ab.

**Vergleich der Projekte A und C:**

i	Kapitalwert des Projektes	
	A	C
0,02	380,02	439,77
0,05	268,53	288,46
0,08	169,09	154,88
0,10	108,66	74,40
0,12	52,42	0,00
0,13	25,76	- 35,10
0,14	0,00	- 68,89
0,15	- 24,89	- 101,43
0,16	-48,94	- 132,78

Die Kapitalwertfunktionen der Projekte A und C schneiden sich im ersten Quadranten.



Der Zinssatz  $k$  (kritischer Zinssatz),  
bei dem die Kapitalwerte der beiden Projekte gleich sind,  
ist der interne Zinsfuß der Differenzinvestition.

t	0	1	2	3	4
C	- 1400	268	356	432	896
- A	+ 1200	- 368	- 440	- 398	- 456
C - A	- 200	- 100	- 84	34	440

Der interne Zinsfuß der Differenzinvestition C - A ist 0,067.

Den Zinssatz, bei dem die Kapitalwerte der beiden Projekte gleich sind, erhält man als internen Zinsfuß der Differenzinvestition.

t	0	1	2	3	4
C	- 1400	268	356	432	896
A	- 1200	368	440	398	456
C - A	- 200	- 100	- 84	34	440

Der interne Zinsfuß der Differenzinvestition C - A  $i^*_{C-A}$  ist 0,067.  
Bei diesem Kalkulationszinssfuß sind die Kapitalwerte der beiden  
Projekte A und C gleich.

**Entscheidungsregel:**  $i^*_{C-A} > i_{Kalk}$       C > A  
 $i^*_{C-A} = i_{Kalk}$       C = A  
 $i^*_{C-A} < i_{Kalk}$       C < A

### Bildung der Differenzinvestition:

Bei der Bildung der Differenzinvestition geht man von dem Projekt mit der kleineren Anfangsauszahlung und dem höheren internen Zinsfuß aus.

Im Beispiel ist dies das Projekt A. Ist der interne Zinssatz des Projektes A größer als der Kalkulationszinssfuß, so lohnt sich die Durchführung von A.

Man stellt nun die Frage, ob es sich lohnt, anstatt des Projektes A das Projekt C zu realisieren.

Die Antwort auf die Frage findet man, indem man die Zahlungsreihe des Projektes A über ein fiktives Projekt so ergänzt, dass sich aus A und dem Ergänzungsprojekt die Zahlungsreihe des Projektes C ergibt.

Das Ergänzungsprojekt erhält man als Differenzinvestition C - A.

### Aussage der Differenzinvestition:

Annahme:  $i = 0,06$

Differenzinvestition C - A ist vorteilhaft, weil  $i^*_{C-A} > i$ ;  
Kapitalwert der Differenzinvestition ist positiv  $> 0$ ;  
also Projekt C durchführen.

Überlegung:

Würde man anstatt der Differenzinvestition C - A das Geld auf dem Kapitalmarkt anlegen, so würde man nur eine Verzinsung von 6 % erreichen. Führt man aber anstatt der Inv. A das Projekt C durch, so erreicht man für die in  $t=0$ , 1 und 2 investierten Beträge eine Verzinsung von 6,7 %.

Ergebnis: Realisiere Projekt C.

### Aussage der Differenzinvestition:

**Annahme:  $i = 0,09$**

Differenzinvestition C - A ist nicht vorteilhaft, weil  $i_{C-A}^* < i$ ;

Kapitalwert der Differenzinvestition ist negativ;

also Projekt C nicht durchführen.

**Überlegung:**

Es ist günstiger, die zur Durchführung des Projekts C zusätzlich benötigten Beträge auf dem Kapitalmarkt zum Zinssatz von 9 % anzulegen.

**Ergebnis: Realisiere Projekt A.**

### Vergleich der Projekte A und D:

Die Kapitalwertfunktionen der Projekte A und D schneiden sich im ersten Quadranten.

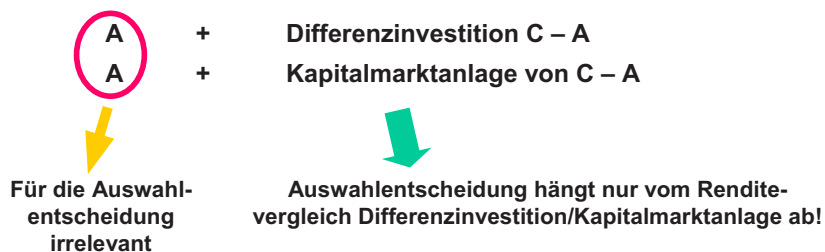
	Summe $a_t$	$i^*$
A	462	0,14
D	360	0,15

t	0	1	2	3	4
A	- 1200	368	440	398	456
- D	+ 800	- 220	- 205	- 390	- 345
A - D	- 400	148	235	8	111

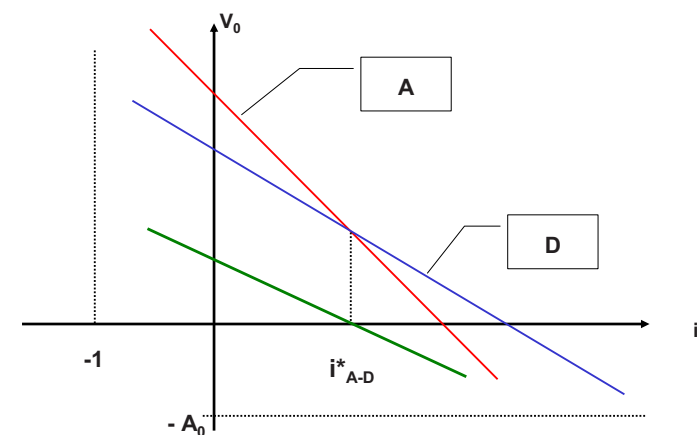
Der interne Zinsfuß der Differenzinvestition A - D ist 0,114.

Der Investor hat (abgesehen von der Unterlassungsalternative) zwei Alternativen:

- Investition in das Projekt A (d.h. in das Projekt mit dem kleineren Kapitaleinsatz) und zusätzlich Investition in die Differenzinvestition C - A  
→ gleichbedeutend mit Übergang von Projekt A nach Projekt C
- Investition in das Projekt A und Anlage des Betrages C - A am Kapitalmarkt zum Kalkulationszinssatz



Die Kapitalwertfunktionen der Projekte A und D schneiden sich im ersten Quadranten.



**Auch hier gilt:**

$$i < i^*_{A-D}$$

Differenzinvestition A - D ist vorteilhaft,  
also Projekt A durchführen.

$$i > i^*_{A-D}$$

Differenzinvestition A - D ist nicht vorteilhaft,  
also Projekt D durchführen.

**Ergebnis:**

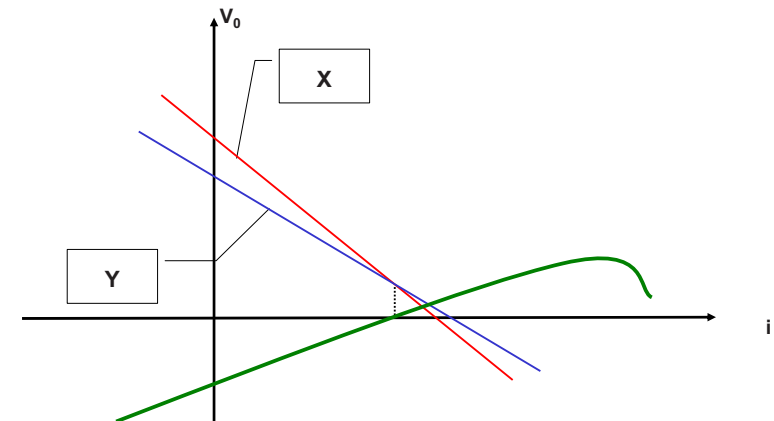
- Mit Hilfe der Differenzinvestition gelangt man zu Entscheidungen, die mit dem Kapitalwertkriterium im Einklang stehen.
- Zu einer solchen Lösung gelangt man nur, wenn die Differenzinvestition eine Normalinvestition ist, also: nur ein Vorzeichenwechsel, zuerst Auszahlungen, dann nur noch Einzahlungen ( - - - + + + + ) und Summe der Zahlungen  $\geq$  Null.
- Nur in diesem Falle gilt, dass der Kapitalwert der Differenzinvestition genau dann positiv ist, wenn der interne Zinsfuß der Differenzinvestition größer als der Kalkulationszinsfuß  $i$  ist.

**Beispiel:**

t	0	1	2	3	4
X	- 120	30	54	30	71
Y	- 127	50	54	40	40
Y - X	- 7	20	0	10	- 31

Als interne Zinsfüße der Differenzinvestition Y – X erhält man:

$$i^*_{1(Y-X)} \approx 0,178123 \quad \text{und} \quad i^*_{2(Y-X)} \approx 1,8410$$



## Vergleich der Projekte A, C und D

i	Kapitalwert des Projektes		
	A	C	D
0,02	380,02	<b>439,77</b>	298,96
0,05	268,53	<b>288,46</b>	216,19
0,08	<b>169,09</b>	154,88	142,64
0,10	<b>108,66</b>	74,40	98,07
0,12	52,42	0,00	<b>56,70</b>
0,13	25,76	- 35,10	<b>37,12</b>
0,14	0,00	- 68,89	<b>18,23</b>
0,15	- 24,89	- 101,43	<b>0,00</b>
0,16	-48,94	- 132,78	- 17,60

## Zusammenfassung (1):

- Die Verwendung des internen Zinsfußes als Beurteilungskriterium ist problematisch.
- Bei Entscheidungen über die Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojekts gelangt man mit dem internen Zinsfuß zum gleichen Ergebnis wie mit dem Kapitalwert, wenn:
  - Normalinvestition - - - + + + +
  - reguläre Investition - - - + + + + - - und  $\sum a_t > 0$ .

## Ergebnis:

- Gilt  $i < 0,067 = i^*_{C-A}$ , Projekt C ist zu realisieren.
- Gilt  $0,067 < i < 0,114 = i^*_{C-A}$ , Projekt A ist zu realisieren.
- Gilt  $0,114 < i < 0,15$ , Projekt D ist zu realisieren.

## Zusammenfassung (2):

- Bei Auswahlentscheidungen gelangt man mit Hilfe der Differenzinvestition mit dem internen Zinsfuß zum gleichen Ergebnis wie mit dem Kapitalwert, wenn die Differenzinvestition eine Normalinvestition ist.  
Entscheidungsregel: Realisiere eine Investition, wenn ihr interner Zinsfuß  $i^* > i$ , dem Kalkulationszinsfuß ist.
- Liegt eine dominante Investition vor, dann ist das dominante Projekt zu wählen, das dann auch den höheren internen Zinsfuß aufweist.

Für die Anwendung des internen Zinsfußes als Beurteilungskriterium lässt sich keine allgemeingültige Entscheidungsregel formulieren.

Übungsaufgabe 1

Aussage	falsch	richtig
Der Kapitalwert einer Investition gibt die Veränderung des Vermögens des Investors zu Beginn der Durchführung des Investitionsprojektes an.		
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich dem Barwert der Zins- und Tilgungszahlungen des Kredits, der zum Kalkulationszinsfuß aufgenommen wird, um die Anfangsauszahlung zu finanzieren.		
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich dem Barwert der Überschüsse, die man über die Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals hinaus in jeder Periode entnehmen kann.		
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich der Summe der Periodengewinne, die man aus dem Investitionsprojekt während der Laufzeit der Investition erhält.		
Der Endwert einer Investition gibt die Veränderung des Vermögens des Investors am Ende der Laufzeit des Investitionsprojektes an.		
Den Endwert einer Investition erhält man, indem man den Barwert der Zahlungsreihe des Investitionsprojektes mit dem internen Zinsfuß auf das Ende der Laufzeit des Investitionsprojektes aufzinst.		
Die äquivalente Annuität ist der Betrag, den man in jeder Periode entnehmen kann, ohne die Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals aus den Einzahlungsüberschüssen zu gefährden.		

Übungsaufgabe 2

Aussage	falsch	richtig
Der interne Zinsfuß ist der Zinsfuß, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinsfuß der Kapitalwert gleich Null ist.		
Der interne Zinsfuß gibt die Verzinsung des jeweils im Investitionsprojekt gebundenen Kapitals an, wenn die Zahlungsüberschüsse des Projekts nur zur Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals verwendet werden.		
Der Kapitalwert einer Normalinvestition ist genau dann positiv, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe positiv ist.		
Der Kapitalwert einer Normalinvestition ist genau dann positiv, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe größer als der Kalkulationszinsfuß und positiv ist.		
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn der mit dem Kalkulationszinsfuß berechnete Barwert der Einzahlungsüberschüsse größer ist als der Barwert der Auszahlungsüberschüsse, der ebenfalls mit dem Kalkulationszinsfuß ermittelt wird.		
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn der mit dem Kalkulationszinsfuß berechnete Endwert der Zahlungsreihe positiv und größer als Null ist..		
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn die äquivalente Annuität positiv und größer als Null ist.		

Lösung Aufgabe 1

Aussage	falsch	richtig
Der Kapitalwert einer Investition gibt die Veränderung des Vermögens des Investors zu Beginn der Durchführung des Investitionsprojektes an.		X
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich dem Barwert der Zins- und Tilgungszahlungen des Kredits, der zum Kalkulationszinsfuß aufgenommen wird, um die Anfangsauszahlung zu finanzieren.	X	
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich dem Barwert der Überschüsse, die man über die Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals hinaus in jeder Periode entnehmen kann.		X
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich der Summe der Periodengewinne, die man aus dem Investitionsprojekt während der Laufzeit der Investition erhält.	X	
Der Endwert einer Investition gibt die Veränderung des Vermögens des Investors am Ende der Laufzeit des Investitionsprojektes an.		X
Den Endwert einer Investition erhält man, indem man den Barwert der Zahlungsreihe des Investitionsprojektes mit dem internen Zinsfuß auf das Ende der Laufzeit des Investitionsprojektes aufzinst.	X	
Die äquivalente Annuität ist der Betrag, den man in jeder Periode entnehmen kann, ohne die Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals aus den Einzahlungsüberschüssen zu gefährden.		X

Lösung Aufgabe 2

Aussage	falsch	richtig
Der interne Zinsfuß ist der Zinsfuß, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinsfuß der Kapitalwert gleich Null ist.		X
Der interne Zinsfuß gibt die Verzinsung des jeweils im Investitionsprojekt gebundenen Kapitals an, wenn die Zahlungsüberschüsse des Projekts nur zur Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals verwendet werden.		X
Der Kapitalwert einer Normalinvestition ist genau dann positiv, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe positiv ist.	X	
Der Kapitalwert einer Normalinvestition ist genau dann positiv, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe größer als der Kalkulationszinsfuß und positiv ist.		X
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn der mit dem Kalkulationszinsfuß berechnete Barwert der Einzahlungsüberschüsse größer ist als der Barwert der Auszahlungsüberschüsse, der ebenfalls mit dem Kalkulationszinsfuß ermittelt wird.		X
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn der mit dem Kalkulationszinsfuß berechnete Endwert der Zahlungsreihe positiv und größer als Null ist..		X
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn die äquivalente Annuität positiv und größer als Null ist.		X

Aussage	falsch	richtig
Bei der Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojektes ist es gleichgültig, ob man die Entscheidung mit Hilfe des Kapitalwertes, der äquivalenten Annuität oder des Endwertes trifft, wenn man dabei die folgenden Entscheidungsregeln verwendet: - Realisiere die Investition, wenn der Kapitalwert positiv ist. - Realisiere die Investition, wenn der Endwert positiv ist. - Realisiere die Investition, wenn die äquivalente Annuität positiv ist.		
Bei der Entscheidung über Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojektes kommt man, wenn es sich um eine Normalinvestition handelt, mit Hilfe der folgenden Entscheidungsregeln immer zum gleichen Ergebnis: - Realisiere das Projekt, wenn sein Endwert positiv ist. - Realisiere das Projekt, wenn der interne Zinsfuß größer ist als der Kalkulationszinsfuß.		
Von zwei alternativen Investitionsprojekten mit gleicher Laufzeit sollte dasjenige mit dem höheren Endwert nur dann durchgeführt werden, wenn die Anfangsauszahlungen der Projekte gleich hoch sind.		
Von zwei alternativen Normalinvestitionen mit gleicher Anfangsauszahlung und gleicher Laufzeit sollte immer diejenige durchgeführt werden, die den höheren internen Zinsfuß aufweist, wenn dieser größer als der Kalkulationszinsfuß ist.		
Ein Investitionsprojekt sollte nur dann durchgeführt werden, wenn der Endwert seiner Zahlungsreihe größer ist als die Anfangsauszahlung.		
Von zwei alternativen Normalinvestitionen sollte immer diejenige durchgeführt werden, die den höheren internen Zinsfuß aufweist, wenn dieser größer als der Kalkulationszinsfuß ist und wenn bei diesem Projekt auch die Summe der Zahlungen größer ist.		

Nehmen Sie folgende Situation an:

Sie haben die Wahl zwischen den einander ausschließenden Investitionsprojekten A und B, die beide eine Anfangsauszahlung von 1.000 GE erfordern und eine Laufzeit von 10 Jahren aufweisen; nach der Anfangsauszahlung folgen bei beiden Investitionsprojekten nur noch Einzahlungsüberschüsse.

Für Projekt A gilt:

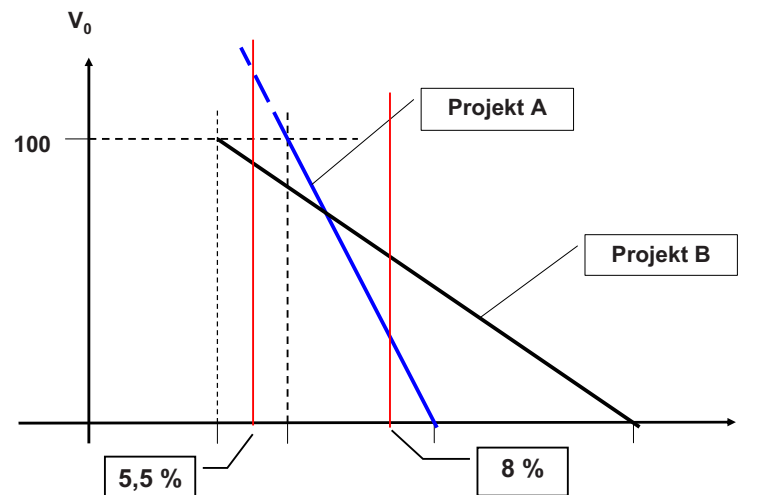
Bei einem Kalkulationszinsfuß von 6 % beträgt der Kapitalwert +100; der interne Zinsfuß der Investition liegt bei 8,5 %.

Für Projekt B gilt:

Bei einem Kalkulationszinsfuß von 5 % beträgt der Kapitalwert der Investition +100; der interne Zinsfuß liegt bei 12 %.

- Welches der beiden Projekte würden Sie durchführen, wenn der Entscheidung ein Kalkulationszinsfuß von 5,5 % zugrunde gelegt werden soll?
- Wie würde Ihre Entscheidung bei einem Kalkulationszinsfuß von 8 % ausfallen?

Aussage	falsch	richtig
Bei der Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojektes ist es gleichgültig, ob man die Entscheidung mit Hilfe des Kapitalwertes, der äquivalenten Annuität oder des Endwertes trifft, wenn man dabei die folgenden Entscheidungsregeln verwendet: - Realisiere die Investition, wenn der Kapitalwert positiv ist. - Realisiere die Investition, wenn der Endwert positiv ist. - Realisiere die Investition, wenn die äquivalente Annuität positiv ist.		X
Bei der Entscheidung über Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojektes kommt man, wenn es sich um eine Normalinvestition handelt, mit Hilfe der folgenden Entscheidungsregeln immer zum gleichen Ergebnis: - Realisiere das Projekt, wenn sein Endwert positiv ist. - Realisiere das Projekt, wenn der interne Zinsfuß größer ist als der Kalkulationszinsfuß.		X
Von zwei alternativen Investitionsprojekten mit gleicher Laufzeit sollte dasjenige mit dem höheren Endwert nur dann durchgeführt werden, wenn die Anfangsauszahlungen der Projekte gleich hoch sind.	X	
Von zwei alternativen Normalinvestitionen mit gleicher Anfangsauszahlung und gleicher Laufzeit sollte immer diejenige durchgeführt werden, die den höheren internen Zinsfuß aufweist, wenn dieser größer als der Kalkulationszinsfuß ist.	X	
Ein Investitionsprojekt sollte nur dann durchgeführt werden, wenn der Endwert seiner Zahlungsreihe größer ist als die Anfangsauszahlung.	X	
Von zwei alternativen Normalinvestitionen sollte immer diejenige durchgeführt werden, die den höheren internen Zinsfuß aufweist, wenn dieser größer als der Kalkulationszinsfuß ist und wenn bei diesem Projekt auch die Summe der Zahlungen größer ist.		X



Gegeben seien zwei Investitionsprojekte A und B, die sich gegenseitig ausschließen. Die sicheren Zahlungsströme der Projekte lauten:

A: {-100; 68; 30; 30}, B: {-80; 45; 30; 30}.

Die internen Zinsfüße der Projekte betragen

$i^*_A = 16,1\%$  und  $i^*_B = 16,25\%$ .

Es existiere ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Marktzinssatz von  $r = 7,5\%$ .

Wie muss man vorgehen, um auf der Basis des internen Zinsfußes eine Auswahl zwischen den beiden Projekten treffen zu können?

Welches Investitionsprojekt ist vorzuziehen?

Sie verfügen über ein Anfangsvermögen von 150 GE. Gegeben seien die zwei Investitionsprojekte A und B, die sich gegenseitig ausschließen.

Die sicheren Zahlungsströme der Projekte lauten:

A: {- 150; 80; 60; 60}  $i^*_A = 0,169$

B: {- 120; 48; 60; 60}  $i^*_B = 0,181$

Es existiere ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Marktzinssatz von  $r = 9\%$ .

Wie würden Sie handeln? Begründen Sie Ihre Antwort!

Differenz-  
investition: A - B

Zins: 0,075

Zeit	EZÜ	Abzinsfaktor	Barwert
t	at	1,075	EZÜ
0	-20	1,000000	-20,0000
1	23	1,075000	21,3953
2	0	1,155625	0,0000
3	0	1,242297	0,0000
Summe	3	Kapitalwert	1,3953

$i^* = 0,1500$

Der interne Zinssatz der Differenzinvestition A-B ist mit 15 % größer als der Kalkulationszinssfuß von 7,5 %.

Differenzinvestition realisieren, also A durchführen.

Differenz-  
investition: A - B

Zeit	EZÜ	Abzinsfaktor	Barwert
t	at	1,09	EZÜ
0	-30	1,000000	-30,0000
1	32	1,090000	29,3578
2	0	1,188100	0,0000
3	0	1,295029	0,0000
Summe	2	Kapitalwert	-0,6422

$i^* = 0,0666667$

Der interne Zinssatz der Differenzinvestition A-B ist mit 6,7 % kleiner als der Kalkulationszinssfuß von 9 %. Durchführung der Investition B und Anlage von 30 auf dem Kapitalmarkt zum Zinssatz von 9 %.

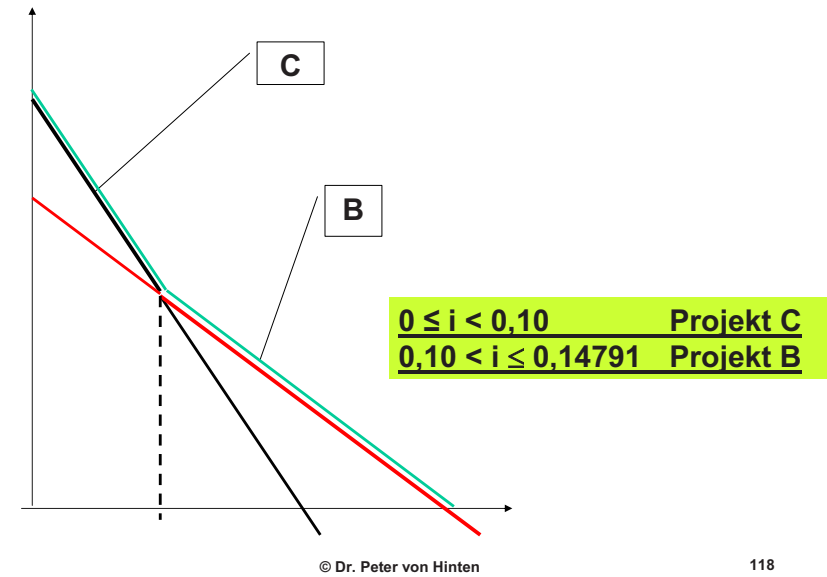
Sie haben die Wahl zwischen den alternativen Investitionsprojekten B und C, für die folgende Daten gelten:

t	0	1	2	3	$i^*$
B	- 1000	420	400	500	$\approx 0,14791$
C	- 1200	640	400	500	$\approx 0,14349$

Geben Sie an, in welchem Bereich der Kalkulationszinsfuß liegen muss, damit Sie sich

- für das Projekt B
- für das Projekt C

entscheiden würden. Begründen Sie Ihre Antwort!



Projekt	B	C
Summe EZÜ	320	340
Interner Zins	0,1480	0,1435

Kapitalwertkurven der Projekte schneiden sich im 1. Quadranten. Schnittpunkt über Differenzinvestition feststellen.

Differenzinvestition C - B	
t	at
0	-200
1	220
2	0
3	0
Summe	20
$i^*$	0,1000

Sie sollen auf der Basis des internen Zinsfußes ohne Kenntnis des Kalkulationszinsfußes darüber entscheiden, welches der beiden Projekte B und C durchgeführt werden soll.

B:  $\{- 1100; 300; 500; 900\} i^*_B = 0,2087$

C:  $\{- 1400; 600; 500; 900\} i^*_C = 0,1863$

Welches der Projekte würden Sie realisieren? Begründen Sie Ihre Antwort!

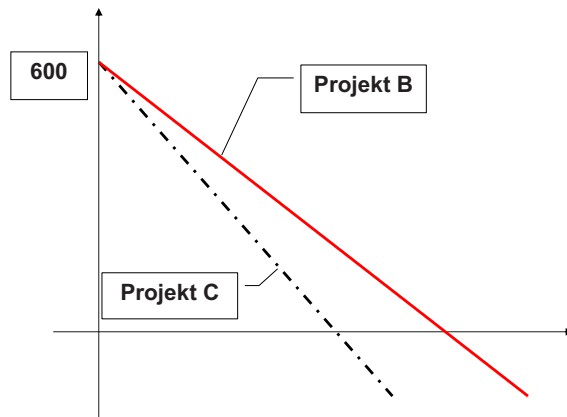
Projekt	B	C
Summe EZÜ	600	600
Interner Zins	0,2087	0,1863

Kapitalwertkurven der Projekte schneiden sich nicht im 1. Quadranten.

Differenzinvestition C - B	
t	at
0	-300
1	300
2	0
3	0
Summe	0
$i^*$	0,000

**B: Investitionsentscheidungen bei gegebenem Kalkulationszinsfuß**

1. Kapitalwert, Endwert und äquivalente Annuität
2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium
3. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt



**Projekt B dominiert Projekt C**

**B: 3. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt**

- 3.1 Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition
- 3.2 Optimaler Ersatzzeitpunkt bei zweigliedriger Investitionskette

**B: 3.1 Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition**

**Problemstellung bei optimaler Nutzungsdauer:**

- Bisher wurde unterstellt, dass die Nutzungsdauer des Investitionsprojekts gegeben ist.
- Die Nutzungsdauer ist aber ein Entscheidungsproblem.
- Frage:  
Wann soll die Produktion eingestellt und die Anlagen veräußert werden?  
Dies ist die Frage nach der optimalen Nutzungsdauer bzw. nach der optimalen Restnutzungsdauer.

**Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition:**

- Bei der Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer einer einmaligen Investition ist die Nutzungsdauer eine unabhängige Variable.
- Es ist diejenige Nutzungsdauer zu wählen, bei der Kapitalwert ein Maximum erreicht.
- Dazu ist der Kapitalwert in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer zu formulieren.

$$V_0(T) = -A_0 + \sum_{t=1}^T a_t \cdot q^{-t} + L_T \cdot q^{-T}$$

Symbole:

- $a_t$  Einzahlungsüberschuß in der Periode t
- $L_t$  Nettoliquidationserlös aus der Verwertung der Anlage am Ende der Periode t
- $V_0(T)$  Kapitalwert bei einer Nutzungsdauer von T Perioden

Entscheidungsregel:

$$\max_T V_0(T) \quad \text{für } T = 1 \dots T_{\max}$$

**Zahlenbeispiel:**

- I:  $a_t \{-150; 40; 70; 40; 30; 40; 20\}$
- $L_t \{150; 125; 100; 75; 50; 25; 0\}$

t	0	1	2	3	4	5	6
$a_t$	-150	40	70	40	30	40	20
$L_t$	150	125	100	75	50	25	0

t	0	1	2	3	4	5	6
$a_t$	-150	40	70	40	30	40	20
$L_t$	150	125	100	75	50	25	0
<b>Zahlungsreihen der Handlungsalternativen</b>							
T=1	-150	165					
T=2	-150	40	170				
T=3	-150	40	70	115			
T=4	-150	40	70	40	80		
T=5	-150	40	70	40	30	65	
T=6	-150	40	70	40	30	40	20

**Alternative Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer**

➤ **Grenzwertkalkül**

Ermittlung des Grenzeinzahlungsüberschusses durch Vergleich der Kapitalwerte für die Zeitpunkte T und T-1.

$$V_0(T) = -A_0 + \sum_{t=1}^{T-1} a_t \cdot q^{-t} + a_T \cdot q^{-T} + L_T \cdot q^{-T}$$

$$V_0(T-1) = -A_0 + \sum_{t=1}^{T-1} a_t \cdot q^{-t} + L_{T-1} \cdot q^{-(T-1)}$$

Aus  $V_0(T) - V_0(T-1)$  erhält man:

$$V_0(T) - V_0(T-1) = a_T \cdot q^{-T} + L_T \cdot q^{-T} - L_{T-1} \cdot q^{-(T-1)}$$

**Kapitalwerte der Handlungsalternativen:**

T	1	2	3	4	5	6
$V_0$	0,00	26,86	30,62	28,91	35,12	30,88



Die optimale Nutzungsdauer beträgt 5 Perioden.

Ein Weiterbetrieb lohnt sich nur, wenn  $V_0(T) - V_0(T-1) > 0$ .

$$a_T \cdot q^{-T} + L_T \cdot q^{-T} - L_{T-1} \cdot q^{-(T-1)} > 0$$

$$(a_T + L_T - L_{T-1} \cdot q) \cdot q^{-T} > 0$$

$$a_T + L_T - L_{T-1} \cdot (1+i) > 0$$

$$a_T + (L_T - L_{T-1}) - L_{T-1} \cdot i > 0$$

$$a_T + (L_T - L_{T-1}) - L_{T-1} \cdot i > 0$$

Dieser Ausdruck läßt sich gut interpretieren:

- $a_T$  zusätzliche Einzahlung durch  
Weiternutzung in T
- $(L_T - L_{T-1})$  Verminderung des Restwerterlöses  
durch den Weiterbetrieb in T
- $L_{T-1} \cdot i$  entgangene Verzinsung des  
Restwerterlöses für eine Periode  
durch die Weiternutzung der Anlage

Zahlenbeispiel:

t	1	2	3	4	5	6
$a_t$	40,00	70,00	40,00	30,00	40,00	20,00
$L_T - L_{T-1}$	- 25,00	- 25,00	- 25,00	- 25,00	- 25,00	- 25,00
$- L_{T-1} \cdot i$	- 15,00	- 12,50	- 10,00	- 7,50	- 5,00	- 2,50
GEZÜ	0,00	32,50	5,00	- 2,50	10,00	- 7,50
$V_0$	0,00	26,86	30,62	28,91	35,12	30,88

Entsprechend dem Entscheidungskriterium des Grenzwertkalküls würde man die Nutzung am Ende der 3. Periode beenden und damit das Kapitalwertmaximum verfehlen, das erst nach 5 Perioden erreicht wird.

$$a_T + (L_T - L_{T-1}) - L_{T-1} \cdot i > 0$$

### Entscheidungsregel:

Verlängere die Nutzungsdauer solange um eine weitere Periode, solange der Grenzeinzahlungsüberschuss  $> 0$  ist.

Anders formuliert:

Beende die Nutzung des Projekts vor der Periode, in welcher der Grenzeinzahlungsüberschuss erstmals negativ wird.

Problematik dieses Entscheidungskriteriums liegt darin, dass man nur dann zum selben Ergebnis kommt wie beim Kapitalwert, wenn auf eine Reihe positiver Grenzeinzahlungsüberschüsse nur noch negative Grenzeinzahlungsüberschüsse folgen.

### 3.2 Optimaler Ersatzzeitpunkt bei zweigliedriger Investitionskette

Problemstellung beim optimalen Ersatzzeitpunkt:

- Das Produkt kann noch mehrere Perioden verkauft werden. Zu entscheiden ist, ob die vorhandenen Anlagen bis zur Einstellung des Produkts genutzt werden sollen oder ob die Anlagen noch einmal durch neue Anlagen ersetzt werden sollen.
- Wird die vorhandene Anlage nur noch einmal durch eine neue Anlage ersetzt, ist über den optimalen Ersatzzeitpunkt für die alte Anlage und die optimale Nutzungsdauer für die neue Anlage zu entscheiden (Problem der optimalen zweigliedrigen Investitionskette).

- Aus der Zielsetzung des Investors  
- Vermögensmaximierung oder Entnahmemaximierung –  
ergibt sich als Entscheidungsregel:  
Maximiere den Kapitalwert der Investitionskette.

**Optimale zweigliedrige Investitionskette:**

▪ **Annahme zur Vereinfachung:**

Identische Wiederholung der Investition

Damit wird unterstellt, dass die Einzahlungsüberschüsse der alten Anlage und der neuen Anlage gleich sind und unabhängig vom Anschaffungszeitpunkt.

Zahlenbeispiel: (i = 10 %)

t	0	1	2	3	4	5
$a_t (I_A)$	-100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0
$a_t (I_B)$	-100	70	85	50	30	15
$L_{Bt}$	100	80	60	40	20	0

**1. Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer  $\tau_B$  von  $I_B$**

t	$\tau_A$	$\tau_A + 1$	$\tau_A + 2$	$\tau_A + 3$	$\tau_A + 4$	$\tau_A + 5$
$a_t$	-100	70	85	50	30	15
$L_t$	100	80	60	40	20	0

**Zahlungsreihen der Handlungsalternativen**

t	$\tau_A$	$\tau_A + 1$	$\tau_A + 2$	$\tau_A + 3$	$\tau_A + 4$	$\tau_A + 5$
$\tau_B = 1$	-100	150				
$\tau_B = 2$	-100	70	145			
$\tau_B = 3$	-100	70	85	90		
$\tau_B = 4$	-100	70	85	50	50	
$\tau_B = 5$	-100	70	85	50	30	15

**Vorgehen:**

**1. Schritt:**

Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer  $\tau_B$  von Anlage B

**2. Schritt:**

Ermittlung des Kapitalwerts der Investitionskette für alternative  $\tau_A$  bei gegebenem  $\tau_B$

**3. Schritt:**

Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes  $\tau_A$ , so dass der Kapitalwert der Investitionskette maximiert wird.

**Kapitalwerte der Handlungsalternativen:**

$\tau_B$	1	2	3	4	5
$V_N(\tau_B)$	36,36	83,47	101,50	105,60	101,25



Optimale Nutzungsdauer der Anlage B beträgt 4 Perioden.

$\tau_B = 4$

2. Ermittlung der Kapitalwerte der Investitionskette für alternative  $\tau_A$  bei gegebenem  $\tau_B = 4$

Annahme: Entscheidungszeitpunkt  $t = 0$

$\tau_A$		1	2	3	4	5
t	0	1	2	3	4	5
$a_t (I_A)$	- 100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0

Kapitalwerte der Handlungsalternativen:

$\tau_A$	1	2	3	4	5
$V_A(t=0)$	36,36	83,47	101,50	105,60	101,25

Kapitalwerte der Investitionskette:

$\tau_A$	$V_A(t=0)$	$V_B(\tau_A)$	$V_B(\tau_A)(t=0)$	$V_0$ Invkette
1	36,36	105,60	96,00	132,36
2	83,47	105,60	87,27	170,74
3	101,50	105,60	79,34	180,84
4	105,60	105,60	72,13	177,73
5	101,25	105,60	65,57	166,82

← Optimale Lösung

Zahlungsreihen der Handlungsalternativen:

$\tau_A$		1	2	3	4	5
t	0	1	2	3	4	5
$a_t (I_A)$	- 100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0
$\tau_A = 1$	- 100	150				
$\tau_A = 2$	- 100	70	145			
$\tau_A = 3$	- 100	70	85	90		
$\tau_A = 4$	- 100	70	85	50	50	
$\tau_A = 5$	- 100	70	85	50	30	15

Optimale Lösung:

- Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt am Ende der 3. Periode ( $\tau_A=3$ ). Hier sollte die Anlage A zum Restwert von 40 veräußert werden und die Anlage B beschafft werden.
- Die Anlage B sollte 4 Perioden genutzt werden ( $\tau_B=4$ ). Insgesamt sollte das Produkt T = 7 Perioden (=  $\tau_A + \tau_B$ ) (3 + 4) produziert und am Markt angeboten werden.
- Zahlungsreihe der Investitionskette:

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$I_A$	- 100	70	85	90				
$I_B$				-100	70	85	50	50
$\Sigma$	-100	70	85	-10	70	85	50	50

**Alternative Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes**

**➤ Grenzwertkalkül**

- Ermittlung des Grenzeinzahlungsüberschusses durch Vergleich der Kapitalwerte für die Investitionskette mit den Zeitpunkten  $\tau_A$  und  $\tau_A - 1$ .

• **Annahme zur Vereinfachung:**

**Identische Wiederholung der Investition**

Damit wird unterstellt, dass die Einzahlungsüberschüsse der alten Anlage und der neuen Anlage gleich sind und unabhängig vom Anschaffungszeitpunkt.

**Zahlenbeispiel:**

$\tau_A$	1	2	3	4	5
$a_t$	70	85	50	30	15
$L_T - L_{T-1}$	- 20	- 20	- 20	- 20	- 20
$- L_{T-1} \cdot i$	- 10	- 8	- 6	- 4	- 2
<b>GEZÜ</b>	<b>40</b>	<b>57</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>- 7</b>

Verlängert man die Nutzungsdauer der alten Anlage von  $\tau_A = 3$  auf  $\tau_A = 4$ , so erzielt man einen Grenzeinzahlungsüberschuss von 6 Geldeinheiten. Dadurch erreicht man allerdings die Vermögensmehrung von  $K_N = 105,6$  erst eine Periode später. Man verliert dadurch die Verzinsung des Kapitalwerts für eine Periode (= 10,5).

**Ermittlung des Grenzeinzahlungsüberschusses:**

Den Grenzeinzahlungsüberschuss erhält man als Differenz der Kapitalwerte der Investitionskette für die Zeitpunkte  $\tau_A$  und  $\tau_A - 1$ .

**Als Entscheidungskriterium erhält man:**

$$a_{A\tau_A} + (L_{A\tau_A} - L_{A\tau_A-1}) - L_{A\tau_A-1} \cdot i \geq K_{\tau_A N} (\tau_N) \cdot i$$

Das Entscheidungskriterium lässt sich leicht erklären:  
Der Weiterbetrieb der alten Anlage lohnt nur dann, wenn der Grenzeinzahlungsüberschuss, der durch den Weiterbetrieb der alten Anlage erzielt wird, größer ist als der Zinsverlust auf den Kapitalwert der neuen Anlage, der durch die Weiternutzung erst eine Periode später realisiert werden kann.

**Veränderung der Entscheidungssituation:**

Bisher wurde unterstellt:

- Identische Wiederholung
- Entscheidung in  $t = 0$

**Neue Annahme:**

- In  $t = 2$  ergibt sich eine neue Investitionsmöglichkeit (neues Produktionsverfahren) mit folgender Zahlungsreihe:

$\tau_N$	0	1	2	3	4	5	6
$a_{\tau_N}(I_N)$	-150	100	90	90	40	20	10
$L_{\tau_N}(I_N)$	150	120	90	60	40	20	0

**Vorgehen in der veränderten Entscheidungssituation:**

In  $t = 2$  ist nun zu prüfen, ob die bisherige Entscheidung revidiert werden muss.

- Dazu ist die optimale Nutzungsdauer für  $I_N$  zu ermitteln.
- Dann ist durch Kapitalwertvergleich zu prüfen, ob  $I_N$  vorteilhafter ist als  $I_B$ .
- Wird  $I_N$  realisiert, dann ist der optimale Ersatzzeitpunkt für  $I_A$  bei optimaler Nutzungsdauer von  $I_N$  zu bestimmen.

Kapitalwerte der Handlungsalternativen:

$\tau_N$	1	2	3	4	5	6
$V_N(\tau_N)$	50,0	89,7	127,9	137,5	135,1	128,3



Optimale Nutzungsdauer der Anlage N  
beträgt 4 Perioden ( $\tau_N = 4$ )

Bei Anlage N wird ein höherer Kapitalwert erreicht als bei Anlage B.  
 $I_N$  realisieren!

**Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer  $\tau_N$  von  $I_N$**

t	$\tau_A$	$\tau_A+1$	$\tau_A+2$	$\tau_A+3$	$\tau_A+4$	$\tau_A+5$	$\tau_A+6$
$a_t$	-150	100	90	90	40	20	10
$L_t$	150	120	90	60	40	20	0

**Zahlungsreihen der Handlungsalternativen**

t	$\tau_A$	$\tau_A+1$	$\tau_A+2$	$\tau_A+3$	$\tau_A+4$	$\tau_A+5$	$\tau_A+6$
$\tau_N=1$	-150	220					
$\tau_N=2$	-150	100	180				
$\tau_N=3$	-150	100	90	150			
$\tau_N=4$	-150	100	90	90	80		
$\tau_N=5$	-150	100	90	90	40	40	
$\tau_N=6$	-150	100	90	90	40	20	10

**Ermittlung der Kapitalwerte der Investitionskette für alternative  $\tau_A$  bei gegebenem  $\tau_N = 4$**

Entscheidungszeitpunkt  $t = 2$



t	0	1	2	3	4	5
$\tau_A$			0	1	2	3
$a_t(I_A)$	-100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0

Zahlungsreihen der Handlungsalternativen:

$\tau_A$	0	1	2	3
t	2	3	4	5
$a_t (I_A)$	0	50	30	15
$L_{At}$	60	40	20	0
$\tau_A = 0$	60			
$\tau_A = 1$	0	90		
$\tau_A = 2$	0	50	50	
$\tau_A = 3$	0	50	30	15

Optimale Lösung:

- Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt bei  $\tau_A=1$ , also am Ende der 3. Periode.  
Hier sollte die Anlage A zum Restwert von 40 veräußert werden und die Anlage N beschafft werden, weil der Kapitalwert der Investitionskette mit 206,8 > 180,8 (siehe Folie 142) wird.
- Die Anlage N sollte 4 Perioden genutzt werden ( $\tau_N=4$ ).  
Insgesamt sollte das Produkt noch 5 Perioden ( $= \tau_A + \tau_N$ ) (1 + 4) produziert und am Markt angeboten werden.
- Zahlungsreihe der Investitionskette:

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$I_A$	-100	70	85	90				
$I_N$				-150	100	90	90	80
$\Sigma$	-100	70	85	-60	100	90	90	80

Kapitalwerte der Handlungsalternativen:

$\tau_A$	0	1	2	3
$V_A(t=2)$	60,0	81,8	86,8	81,5

Kapitalwerte der Investitionskette:

$\tau_A$	$V_A(t=2)$	$V_N(\tau_A)$	$V_N(\tau_A)(t=2) = V_N(\tau_A) \cdot q^{-\tau_A}$	$V_{t=2}$ Invkette
0	60,0	137,5	137,5	197,5
1	81,8	137,5	125,0	206,8
2	86,8	137,5	113,6	200,4
3	81,5	137,5	103,3	184,8

← Optimale Lösung

Für ein Investitionsprojekt gelten die folgenden Daten:

t	0	1	2	3	4	5	6
$L_t$	150	125	100	75	50	25	0
$a_t$	-150	50	25	65	45	31	20

Kalkulationszinsfuß 10 %

- Nehmen Sie zu folgender Aussage Stellung:  
„Für die Vorteilhaftigkeit dieses Investitionsprojektes ist es irrelevant, ob die Nutzung im Zeitpunkt t=4 oder im Zeitpunkt t=5 beendet wird.“
- Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt bei einmaliger identischer Wiederholung dieses Investitionsprojektes.

Zeit	EZÜ	Restwert	Abzinsfaktor	Barwert
t	at		1,1000	EZÜ
0	-150	150	1,000000	0,000
1	50	125	1,100000	9,091
2	25	100	1,210000	-1,240
3	65	75	1,331000	21,300
4	45	50	1,464100	29,837
5	31	25	1,610510	30,458
6	20	0	1,771561	26,225
Summe	86		Kapitalwert	26,225

Antwort: Es ist nicht irrelevant, da bei Nutzung über 5 Perioden ein höherer Kapitalwert erzielt wird.

1. Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer  $T_N$  von  $I_N$

t	$\tau_A$	$\tau_A + 1$	$\tau_A + 2$	$\tau_A + 3$	$\tau_A + 4$	$\tau_A + 5$	$\tau_A + 6$
$a_t$	-150	50	25	65	45	31	20
$L_t$	150	125	100	75	50	25	0
$\tau_N = 1$	-150	175					
$\tau_N = 2$	-150	50	125				
$\tau_N = 3$	-150	50	25	140			
$\tau_N = 4$	-150	50	25	65	95		
$\tau_N = 5$	-150	50	25	65	45	56	
$\tau_N = 6$	-150	50	25	65	45	31	20

Daten der Investitionsprojekte

t	$\tau_A$	$\tau_A + 1$	$\tau_A + 2$	$\tau_A + 3$	$\tau_A + 4$	$\tau_A + 5$	$\tau_A + 6$
$I_A a_t$	-150	50	25	65	45	31	20
$L_{At}$	150	125	100	75	50	25	0
$I_N a_t$	-150	50	25	65	45	31	20
$L_{Nt}$	150	125	100	75	50	25	0

Kapitalwerte der Alternativen:

$\tau_N$	1	2	3	4	5	6
$K_N(\tau_A)$	9,091	-1,240	21,300	29,837	30,458	26,225



Die optimale Nutzungsdauer der neuen Anlage beträgt 5 Perioden.

2. Ermittlung des KK0 für alternative  $\tau_A$  bei gegebenem  $\tau_N = 5$

$\tau_A$	0	1	2	3	4	5	6
$I_A a_t$	-150	50	25	65	45	31	20
$L_{At}$	150	125	100	75	50	25	0

$\tau_A$	1	2	3	4	5	6
$K_A(\tau_A)$	9,091	-1,240	21,300	29,837	30,458	26,225

Ein Unternehmer erwägt die Anschaffung einer Produktionsanlage. Diese verursacht eine Anfangsauszahlung von 1000 GE und erwirtschaftet die folgenden Einzahlungsüberschüsse:

t	1	2	3	4
$a_t$	200	300	300	300

Die geplante Nutzungsdauer beträgt 4 Perioden; am Ende der Nutzungsdauer fällt ein Veräußerungserlös von 250 GE an.

- Berechnen Sie den Kapitalwert. Der Kalkulationszinsfuß betrage 10%. Soll der Unternehmer das Investitionsprojekt realisieren?
- Wenn die Nutzungsdauer um eine Periode auf 5 Perioden verlängert wird, dann wird in der 5. Periode ein Einzahlungsüberschuss von 100 GE erzielt. Bei Veräußerung der Anlage am Ende der 5. Periode wird ein Liquidationserlös von 150 GE erzielt. Soll die Nutzungsdauer auf 5 Perioden verlängert werden?
- Welcher Einzahlungsüberschuss müsste in der 5. Periode mindestens erzielt werden, damit sich die Verlängerung der Nutzungsdauer auf 5 Perioden lohnt?

Kapitalwerte der zweigliedrigen Investitionskette

$\tau_A$	$K_{A0}$	$K_N(\tau_A)$	$K_N(\tau_A) (t=0) = K_N(\tau_A) q^{-\tau_A}$	KK0
1	9,091	30,458	27,689	36,780
2	-1,240	30,458	25,172	23,932
3	21,300	30,458	22,884	44,184
4	29,837	30,458	20,803	50,640
5	30,458	30,458	18,912	49,370

← Optimale Lösung

Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt bei 4 Perioden. Das Projekt  $I_A$  wird nach 4 Perioden beendet und durch das neue Projekt ersetzt.

Ermittlung des Kapitalwerts:

Zeit	EZÜ	$q = 1 + i$	$1/(q^t)$	Barwert EZÜ
t	$a_t$	1,100		
0	-1000	1,00000	1,000000	-1000,00
1	200	1,10000	0,909091	181,82
2	300	1,21000	0,826446	247,93
3	300	1,33100	0,751315	225,39
4	550	1,46410	0,683013	375,66
Summe	350		Kapitalwert	30,8039

Kapitalwert ist positiv; das Projekt sollte realisiert werden.

**Kapitalwert bei Nutzungsdauer 5 Perioden**

Zeit t	EZÜ at	q = 1 + i 1,100	1/(q <sup>t</sup> )	Barwert EZÜ
0	-1000	1,00000	1,00000	-1000,00
1	200	1,10000	0,90909	181,82
2	300	1,21000	0,82644	247,93
3	300	1,33100	0,75131	225,39
4	300	1,46410	0,68301	204,90
5	250	1,61051	0,62092	155,23
Summe	350		Kapitalwert	15,2809

Verlängerung der Nutzungsdauer ist nicht vorteilhaft, denn der Kapitalwert sinkt.

**Ermittlung Mindesteinzahlungsüberschuss**

t	EZÜ	L(T)	L(T)-L(T-1)	L(T-1)*r	Summe
				r = 0,100	
4	300	250			
5	125	150	-100	- 25,00	0,00

Der Einzahlungsüberschuss müsste in der 5. Periode mindestens 125 betragen.

**Alternative Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer**

➤ **Grenzwertkalkül**

t	EZÜ	L(T)	L(T)-L(T-1)	L(T-1)*r	Summe
				r = 0,100	
4	300	250			
5	100	150	-100	- 25,00	-25,00

**C: Weiterführende Probleme**

1. Unvollkommener Kapitalmarkt und Finanzierungsgrenzen
  - 1.1 Vollständige Finanzpläne
  - 1.2 Kapitalbudgetierung
2. Einbeziehung von Steuern
3. Berücksichtigung der Ungewissheit

**C: 1. Unvollkommener Kapitalmarkt und Finanzierungsgrenzen**

- **Bisher: unrealistische Annahme des vollkommenen Kapitalmarkts**  
Mit dieser Annahme haben wir für alle Investitionsprojekte pauschal einheitliche Ergänzungsinvestitionen mit dem Kapitalwert von Null unterstellt.
- **Nun: realistische Annahme des unvollkommenen Kapitalmarkts**  
Das bedeutet:  
**Sollzinsen (Kreditzins) höher als Habenzinsen (Anlagezins); keine unbegrenzten Kreditbeträge zu einem gegebenem Zinssatz.**
- **Notwendig:**  
anderes Verfahren zur Ermittlung der Vorteilhaftigkeit;  
echte, sich gegenseitig vollständig ausschließende Alternativen.
- **Instrument: vollständiger Finanzplan**

**Vollständiger Finanzplan bei unvollkommenem Kapitalmarkt:**

t	0	1	2	3	4
Zahlungsreihe $a_t$	- 1200	368	440	398	456
Eigenkapital	300				
Entnahmen		- 10	- 10	- 10	- 10
<u>Standardkredit (12 %)</u>					
Aufnahme (+)	900				
Tilgung (-)					- 900
Sollzinsen (-)		- 108	- 108	- 108	- 108
<u>Standardanlage (6 %)</u>					
Anlage (-)		- 250	- 337	- 315,2	
Auflösung (+)					507,9
Habenzinsen (+)			15	35,2	54,1
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>					
Kreditbestand	900	900	900	900	0
Guthabenbestand	0	250	587	902,2	394,3

**C: 1.1 Vollständige Finanzpläne**

**a) Entscheidung über Durchführung eines Investitionsprojektes**

**Zahlenbeispiel:** Investition A: {-1200; 368; 440; 398; 456}

**Finanzierung:**

Eigenkapital: 300 GE

Kredit: 900 GE

Kreditkonditionen:

Auszahlung 100 %, endfällige Tilgung zu 100 %, Zinssatz 12 %.

**Anlagemöglichkeiten** unbegrenzt, Habenzins 6 %.

**Zielsetzung:**

**Endvermögensmaximierung bei jährlicher Entnahme von 10 ab t=1**

**Vollständiger Finanzplan der Alternativanlage bei unvollkommenem Kapitalmarkt:**

t	0	1	2	3	4
Zahlungsreihe $a_t$	- 300	18	18	18	318
Eigenkapital	300				
Entnahmen		- 10	- 10	- 10	- 10
<u>Standardkredit (12 %)</u>					
Aufnahme (+)					
Tilgung (-)					
Sollzinsen (-)					
<u>Standardanlage (6 %)</u>					
Anlage (-)		- 8	- 8,48	- 8,99	- 309,53
Auflösung (+)					
Habenzinsen (+)			0,48	0,99	1,53
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>					
Kreditbestand					0
Guthabenbestand	0	8	16,48	25,47	335

**Vorteilhaftigkeitsvergleich:**

Endvermögen bei Investition = 394,3

Endvermögen bei Alternativanlage = 335

➤ Investition ist vorzuziehen, weil höheres Endvermögen!

**Investition A:**

t	0	1	2	3	4	5
Zahlungsreihe $a_t$	- 1200,00	368,00	440,00	398,00	456,00	0
Eigenkapital	300,00					
Entnahmen		- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00
<u>Kredit 1 (12 %)</u>						
Aufnahme (+)	600,00					
Tilgung (-)					- 600,00	
Sollzinsen (-)		- 72,00	- 72,00	- 72,00	- 72,00	
<u>Kredit 2 (15 %)</u>						
Aufnahme (+)	300,00					
Tilgung (-)		- 201,00	- 99,00			
Sollzinsen (-)		- 45,00	- 14,85			
<u>Anlage (6 %)</u>						
Anlage (-)			- 204,15	- 288,25		
Auflösung (+)					236,46	34,64
Habenzinsen (+)				12,25	29,54	15,36
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>						
Kredit 1	600,00	600,00	600,00	600,00	0	0
Kredit 2	300,00	99,00	0	0	0	0
Guthaben	0	0	204,15	492,40	255,94	221,30

**b) Auswahl alternativer Investitionsprojekte**

**Beispiel:**

Investition A: { -1200; 368; 440; 398; 456 }

Investition C: { -1400; 530; 490; 390; 360; 130 }

**Finanzierung:**

**Eigenkapital:** 300 GE

**Kredit 1:** maximal 600 GE

Kreditkonditionen: Auszahlung 100 %, Zinssatz 12 %, Laufzeit 4 Jahre, endfällige Tilgung zu 100 %.

**Kredit 2:** Höhe unbegrenzt

Kreditkonditionen: Kontokorrentkredit, Auszahlung 100 %, Zinssatz 15 %, Laufzeit unbegrenzt.

**Anlagemöglichkeiten** unbegrenzt, Habenzins 6 %.

**Zielsetzung:**

**Endvermögensmaximierung bei jährlicher Entnahme von 50 ab t=1**

**Investition C:**

t	0	1	2	3	4	5
Zahlungsreihe $a_t$	- 1400	530,00	490,00	390,00	360,00	130,00
Eigenkapital	300					
Entnahmen		- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00
<u>Kredit 1 (12 %)</u>						
Aufnahme (+)	600					
Tilgung (-)					- 600,00	
Sollzinsen (-)		- 72,00	- 72,00	- 72,00	- 72,00	
<u>Kredit 2 (15 %)</u>						
Aufnahme (+)	500					
Tilgung (-)		- 333,00	- 167,00			
Sollzinsen (-)		- 75,00	- 25,05			
<u>Anlage (6 %)</u>						
Anlage (-)			- 175,95	- 278,56		- 87,19
Auflösung (+)					334,73	
Habenzinsen (+)				10,56	27,27	7,19
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>						
Kredit 1	600	600,00	600,00	600,00	0	
Kredit 2	500	167,00	0			
Guthaben	0	0	175,95	454,51	119,78	206,97

Ein Investor, der sein Endvermögen maximieren will, kann ein Investitionsprojekt mit der folgenden sicheren Zahlungsreihe durchführen:  $\{-150000; 45000; 65000; 82000\}$ .

Zur Finanzierung stehen ihm neben den Eigenmitteln von 20000 GE die beiden folgenden Kredite zur Verfügung:

**Kredit 1:** Maximaler Kreditbetrag 80000 GE, Auszahlung 100 %, Zinssatz 12 %, Tilgung in einem Betrag am Ende der dritten Periode

**Kredit 2:** Kontokorrentkredit in beliebiger Höhe zum Zinssatz von 15 %.

Entwickeln Sie einen vollständigen Finanzplan für dieses Projekt und geben Sie eine Empfehlung ab, ob der Investor dieses Projekt durchführen soll! Gehen Sie dabei davon aus, dass die Eigenmittel am Kapitalmarkt zu 6 % angelegt werden können.

Bei Anlage der Eigenmittel auf dem Kapitalmarkt erzielt er ein Endvermögen von 23820 GE.

Realisation der Investition ist vorteilhaft.

t	0	1	2	3
Zahlungsreihe $a_t$	- 150000	45000	65000	82000
Eigenkapital	20000			
Entnahmen		0	0	0
<b>Kredit 1 (12 %)</b>				
Aufnahme (+)/ Tilgung (-)	80000			- 80000
Sollzinsen (-)		- 9600	- 9600	- 9600
<b>Kredit 2 (15 %)</b>				
Aufnahme (+)/Tilgung (-)	50000	- 27900	- 22100	
Sollzinsen (-)		- 7500	- 3315	
<b>Anlage (6 %)</b>				
Anlage (-)/Auflösung (+)			- 29985	5801
Habenzinsen (+)				1799
Finanzierungssaldo	0	0	0	0
<b>Bestandsgrößen</b>				
Kredit 1	80000	80000	80000	0
Kredit 2	50000	22100	0	0
Guthaben	0	0	29985	24184

Ein Investor, der sein Endvermögen maximieren will und am Ende jeder Periode 10000 GE entnehmen will, kann ein Investitionsprojekt mit der folgenden sicheren Zahlungsreihe durchführen:  $\{-200000; 54750; 71050; 78500; 70000\}$ .

Zur Finanzierung stehen ihm neben den Eigenmitteln von 40000 GE die beiden folgenden Kredite zur Verfügung:

**Kredit 1:** Maximaler nominaler Kreditbetrag 100000 GE, Auszahlung 95 %, Zinssatz 12 %, Laufzeit 4 Jahre, Tilgung in vier gleichen Raten ab der 1. Periode.

**Kredit 2:** Kontokorrentkredit in beliebiger Höhe zum Zinssatz von 15 %.

Entwickeln Sie einen vollständigen Finanzplan für dieses Projekt und geben Sie eine Empfehlung ab, ob der Investor dieses Projekt durchführen soll! Gehen Sie dabei davon aus, dass der Investor seine Eigenmittel zum Zinssatz von 8 % für jeweils eine Periode am Kapitalmarkt anlegen kann.

t	0	1	2	3	4
Zahlungsreihe $a_t$	- 200000	54750	71050	78500	70000
Eigenkapital/Entnahmen (-)	40000	- 10000	- 10000	- 10000	- 10000
<u>Kredit 1 (12 %)</u>					
Aufnahme (+)/Tilgung (-)	95000	- 25000	- 25000	- 25000	- 25000
Sollzinsen (-)		- 12000	- 9000	- 6000	- 3000
<u>Kredit 2 (15 %)</u>					
Aufnahme (+)/Tilgung (-)	65000	+ 2000	- 17000	- 30000	- 20000
Sollzinsen (-)		- 9750	- 10050	- 7500	- 3000
<u>Anlage (8 %)</u>					
Anlage (-)/Auflösung (+)					- 9000
Habenzinsen (+)					
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>					
Kredit 1	100000	75000	50000	25000	0
Kredit 2	65000	67000	50000	20000	0
Guthaben	0	0	0	0	9000

**C: 1.2 Kapitalbudgetierung**

**Problemstellung:**

Zusammenstellung eines Investitionsprogramms bei unvollkommenem Kapitalmarkt.

**Einfaches Beispiel:**

Zur Verfügung stehendes Kapital von 250 GE

**Investitionsprojekte:**

	A	B	C	D	E	F
$a_0$	- 100	- 60	- 50	- 70	- 80	- 40
$a_1$	112	84	55	91	103	46
$i^*$	0,12	0,40	0,10	0,30	0,2875	0,15

t	0	1	2	3	4
Zahlungsreihe $a_t$					
Eigenkapital/Entnahmen (-)	40000	- 10000	- 10000	- 10000	- 10000
<u>Anlage (8 %)</u>					
Anlage (-)/Auflösung (+)	- 40000	6800	7344	7932	8566
Habenzinsen (+)		3200	2656	2068	1434
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>					
Kredit 1	0	0	0	0	0
Kredit 2	0	0	0	0	0
Guthaben	40000	33200	25856	17924	9358

Projekt nicht durchführen, da Endvermögen bei Alternativanlage höher ist.

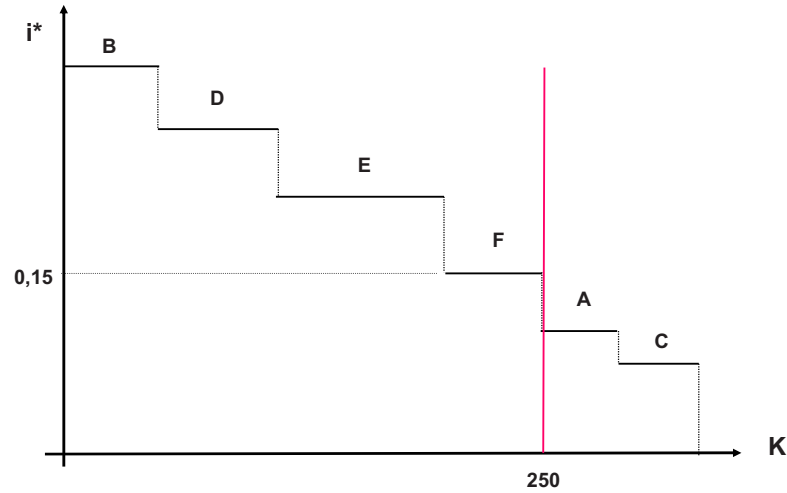
**Kapitalnachfragefunktion:**

Jedem Kapitalbetrag wird die bei optimaler Verwendung erzielbare marginale interne Verzinsung zuordnet.

Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf des Projekts	kumulierter Kapitalbedarf
B	0,4	60	60
D	0,3	70	130
E	0,2875	80	210
F	0,15	40	250
A	0,12	100	350
C	0,10	50	400

Optimales Investitionsprogramm

**Kapitalnachfragefunktion:**



**Probleme bei Ermittlung der Kapitalnachfragefunktion:**

Abhängigkeiten zwischen Investitionsprojekten

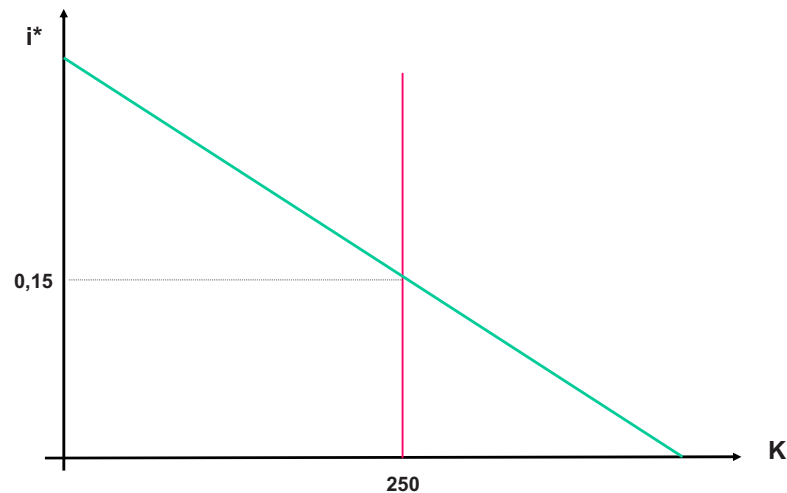
- Projekte schließen sich gegenseitig aus
- Projekte beeinflussen sich gegenseitig

**Einander ausschließende Projekte**

Beispiel: Investitionsprojekte D und E schließen sich aus:

	A	B	C	D	E	F
$a_0$	- 100	- 60	- 50	- 70	- 80	- 40
$a_1$	112	84	55	91	103	46
$i^*$	0,12	0,40	0,10	0,30	0,2875	0,15

**Vereinfachte Kapitalnachfragefunktion:**



**Lösung über die Differenzinvestition:**

Projekt	$a_0$	$a_1$	$i^*$
D	- 70	91	0,30
E	- 80	103	0,2875
E - D	-10	12	0,20

**Kapitalnachfragefunktion:**

Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf des Projekts	kumulierter Kapitalbedarf
B	0,40	60	60
D	0,30	70	130
E - D	0,20	10	140
F	0,15	40	180
A	0,12	100	280
C	0,10	50	330

Optimales Investitionsprogramm

Steht ein Kapital von 180 zur Verfügung ergibt sich als optimales Programm:  
Projekte B, E und F

**Kapitalnachfragefunktion:**

Zur Ermittlung der Kapitalnachfragefunktion verwendet man wieder das Verfahren mit den Differenzinvestitionen.

Projekt	$a_0$	$a_1$	$i^*$
Nur B	- 60	84	0,40
B + F	- 100	127	0,27
B+F – Nur B	- 40	43	0,075

**Projekte beeinflussen sich gegenseitig**

Beispiel:  
Projekte B und F beeinflussen sich in der folgenden Form:  
Wird sowohl B als auch F realisiert, dann wird mit B nur ein Einzahlungsüberschuss von 81 erzielt.

**Lösung:**

Man ersetzt die abhängigen Projekte durch die einander ausschließenden Projekte: Nur B; Nur F; B+F

Projekt	$a_0$	$a_1$	$i^*$
Nur B	- 60	84	0,40
Nur F	- 40	46	0,15
B + F	- 100	127	0,27

**Kapitalnachfragefunktion:**

Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf	Kumulierter Kapitalbedarf
Nur B	0,40	60	60
D	0,30	70	130
E	0,2875	80	210
A	0,12	100	310
C	0,10	50	360
B+F – Nur B	0,075	40	400

Optimales Investitionsprogramm

Bei einem Kapital von 310 ergibt sich als optimales Programm:  
Projekte B, D, E und A

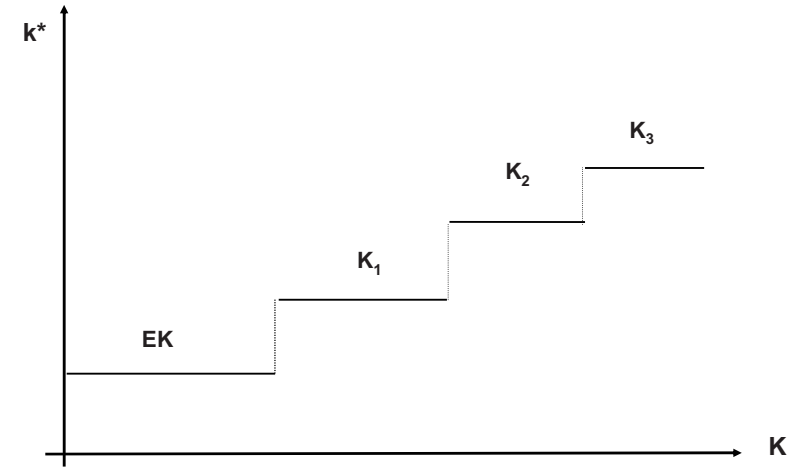
**Kapitalangebotsfunktion:**

- Bisherige Annahme: Unelastisches Kapitalangebot in Form der Kapitalrationierung
- **Neue Annahme: Elastisches Kapitalangebot,** d. h. es kann zusätzliches Kapital zu steigenden Finanzierungskosten beschafft werden.

Beispiel:

	Eigenmittel	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>
Betrag	140	100	80	80
k*	0,06	0,08	0,13	0,16

**Kapitalangebotsfunktion:**



**Kapitalangebotsfunktion:**

Jedem Kapitalbetrag werden die bei optimaler Finanzierung entstehenden marginalen Kapitalkosten zugeordnet.

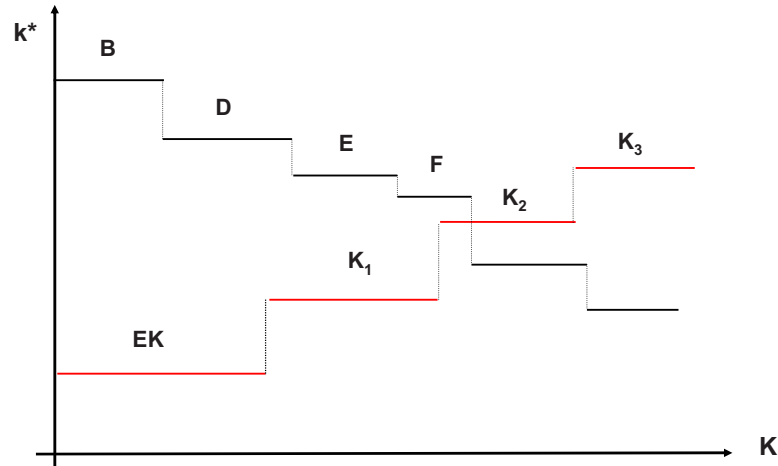
Projekt	k*	Höchstbetrag	Kumulierte Höchstbeträge
Eigenmittel	0,06	140	140
K <sub>1</sub>	0,08	100	240
K <sub>2</sub>	0,13	80	320
K <sub>3</sub>	0,16	80	400

**Bestimmung des optimalen Programms:**

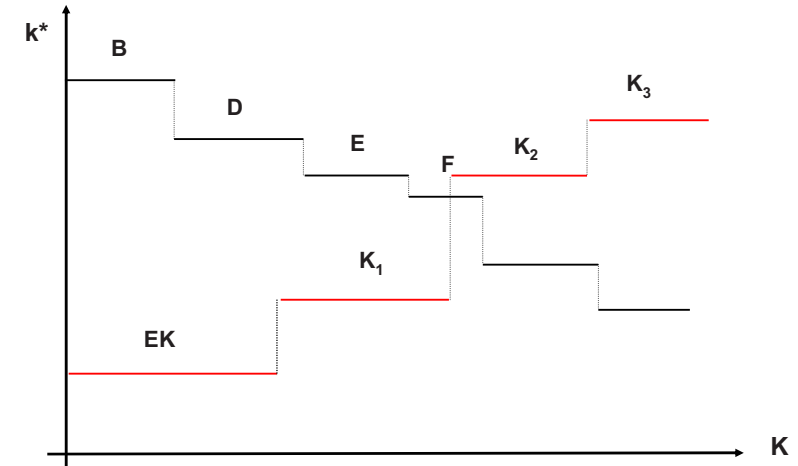
Das optimale Programm erhält man durch Gegenüberstellung der Kapitalnachfragekurve und der Kapitalangebotskurve. Durch den Schnittpunkt der Kurven ist das optimale Programm definiert.

Inv.-Projekt	Kap.-bedarf	i*	kum. Kap.-bedarf	Fin.-Projekt	Betrag	k*	kum. Kapital
B	60	0,4	60	EK	140	0,06	140
D	70	0,3	130	K <sub>1</sub>	100	0,08	240
E	80	0,2875	210	K <sub>2</sub>	10	0,13	250
F	40	0,15	250	K <sub>2</sub>	70	0,13	320
A	100	0,12	350	K <sub>3</sub>	80	0,16	400
C	50	0,10	400				

**Optimales Kapitalbudget:**



**Problem: unteilbare Investitionsprojekte:**



**Probleme bei der Bestimmung des optimalen Kapitalbudgets:**

- unteilbare Investitionsprojekte
- Reihungskriterium bei mehrperiodigen Investitionsprojekten
- Sicherung der Liquiditätsbedingung bei mehrperiodigen Projekten

Ein Unternehmer mit einem Vermögen in Höhe von 510 Geldeinheiten kann folgende vier Investitionsprojekte A, B, C und D durchführen, die folgende sichere Zahlungsströme aufweisen:

A: {-260; 276,9}, B: {-210; 237,3}, C: {-150; 172,5}, D: {-300; 327}.

- a) Gehen Sie davon aus, dass sich die Investitionsprojekte A, B und C gegenseitig ausschließen, zwischen diesen drei Projekten und dem Projekt D aber keine technischen Abhängigkeiten bestehen.

Nehmen Sie an, dass auf dem vollkommenen Kapitalmarkt zum einheitlichen Zinssatz von 7 % beliebige Beträge angelegt und aufgenommen werden können.

Bestimmen Sie unter Rückgriff auf den internen Zinsfuß als Entscheidungskriterium das für den Unternehmer optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm.

b) Nehmen Sie nun an, dass zwischen den Projekten A, B, C und D keine technischen Abhängigkeiten bestehen. Unterstellen Sie außerdem, dass dem Unternehmer zur Finanzierung der Investitionsprojekte außer seinen eigenen Mitteln, die er am Kapitalmarkt zu 5 % anlegen könnte, nur Fremdkapital in beliebigem Umfang zu einem Zinssatz von 12 % zur Verfügung steht.

Bestimmen Sie das optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm des Unternehmers! Gehen Sie dabei davon aus, dass der Unternehmer sein Endvermögen maximieren will. Welche Voraussetzungen müssen hinsichtlich der Investitionsprojekte erfüllt sein, damit die gefundene Lösung auch realisiert werden kann?

$$i^*_A = (276,9-260)/260 = 0,065 < 0,07 \text{ Projekt A nicht durchführen!}$$

$$i^*_B = (237,3-210)/210 = 0,13 > 0,07 \text{ Projekt B ist vorteilhaft}$$

$$i^*_C = (172,5-150)/150 = 0,15 > 0,07 \text{ Projekt C ist vorteilhaft}$$

Die Auswahl zwischen den Investitionsprojekten B und C auf der Basis des internen Zinsfußes kann nur über die Betrachtung der Differenzinvestition erfolgen. Der Zahlungsstrom der Differenzinvestition (B-C) = {-60; 64,8}. Bei der Differenzinvestition handelt es sich um eine Normalinvestition, die auf der Grundlage des internen Zinsfußes beurteilt werden kann.

$i^*_{B-C} = (64,8-60)/60 = 0,08 > 0,07$  Differenzinvestition ist vorteilhaft  
Dies bedeutet, das Projekt B ist gegenüber dem Projekt C vorzuziehen.

**Optimales Investitionsprogramm: B und D;  
Finanzierung durch die Eigenmittel von 510**

Es ist ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt. Das für den Unternehmer optimale Investitionsprogramm ist dasjenige mit dem maximalen Kapitalwert. Da es sich bei den vier Investitionsprojekten um Normalinvestitionen handelt, ist das Auswahlkriterium interner Zinsfuß hier grundsätzlich anwendbar.

Projekt D kann isoliert beurteilt werden, da zwischen ihm und den anderen Projekten keine Abhängigkeiten bestehen. Die Beurteilung erfolgt durch den Vergleich des internen Zinsfußes von D mit dem Marktzinssatz:

$$i^*_D = (327-300)/300 = 0,09 > 0,07 \text{ Projekt D durchführen!}$$

Zwischen den anderen drei Projekten muss eine Auswahl auf der Basis des internen Zinsfußes getroffen werden. Dazu muss zunächst geprüft werden, ob alle drei Projekte vorteilhaft sind:

Es handelt sich nun um eine Investitionsentscheidung auf dem unvollkommenen Kapitalmarkt, auf dem Finanzierungsrestriktionen in Form von variablen Kapitalkosten bestehen. Das optimale Investitionsprogramm lässt sich mit Hilfe des Dean-Modells bestimmen.

	A	B	C	D
$a_0$	- 260	- 210	-150	- 300
$a_1$	+ 276,9	+ 237,3	+ 172,5	+ 327
$i^*$	0,065	0,13	0,15	0,09

Kapitalnachfragekurve

Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf des Projekts	Kumulierter Kapitalbedarf
C	0,15	150	150
B	0,13	210	360
D	0,09	300	660
A	0,065	260	920

Optimales Investitionsprogramm: C, B und 0,5 von D  
Finanzierung durch die Eigenmittel von 510  
Voraussetzung: beliebige Teilbarkeit der Projekte

Kapitalangebotskurve

	Eigenmittel	Kredit
Betrag	510	beliebig
$k^*$	0,05	0,12

IP	$i^*$	Kap.-bedarf	kum. Kap.-bedarf	FP	Betrag	$k^*$	kum. Kapital
C	0,15	150	150	EK	510	0,05	510
B	0,13	210	360	K		0,12	
D <sub>1</sub>	0,09	150	510				
D <sub>2</sub>	0,09	150	660				
A	0,065	260	920				

**C: 2. Einbeziehung von Steuern**

**Notwendigkeit der Einbeziehung von Steuern**

- Finanzwirtschaftliche Dispositionen, insbesondere Investitionsentscheidungen, verändern die Steuerlast der Unternehmung.
- Für die Beurteilung von Investitionen folgt daraus, dass man die aus der Investition resultierende Veränderung der Steuerlast ermitteln muss und die Steuerzahlungen in der Investitionsrechnung erfassen muss.
- Durch die Besteuerung wird auch die Zahlungsreihe der Alternativenanlage beeinflusst. Da die Alternativenanlage im Kalkulationszinsfuß erfaßt wird, muß dieser bei der Einbeziehung von Steuern um die Steuerwirkung korrigiert werden.

Die Einbeziehung von Steuern erfordert die Lösung von zwei Problemen:

- a) Korrektur der Zahlungsreihe der Investition um die Steuerzahlungen
- b) Korrektur des Kalkulationszinsfußes um die Steuerwirkung

### b) Korrektur des Kalkulationszinsfußes

- Der Kalkulationszinsfuß gibt die Kapitalkosten an, d. h. erforderliche Mindestverzinsung, die die Investition erbringen muss.
- Da die Zahlungsreihe der Investition um die Steuerzahlungen vermindert wurde, wird ein Ergebnis nach Steuern betrachtet. Folglich muß auch die Mindestverzinsung nach Steuern ermittelt werden.  
Der Kalkulationszinsfuß ist um die Steuerwirkungen zu korrigieren.
- Beim Einsatz von Eigenkapital bedeutet dies, dass die Alternativverzinsung nach Steuern ermittelt werden muss. Beim Einsatz von Fremdkapital muss die Effektivverzinsung nach Steuern ermittelt werden.

### a) Korrektur der Zahlungsreihe um die Steuerzahlungen

- Die Korrektur der Zahlungsreihe um die Steuern erfordert die Erfassung der Veränderung der Steuerbemessungsgrundlagen durch die Investition.  
Bei den Ertragsteuern ist der sog. Reinertrag, d.h. der Gewinn vor Steuern, die Bemessungsgrundlage.
- Der Gewinn ist definiert als Differenz von Ertrag und Aufwand der Periode.  
In der Investitionsrechnung werden aber Einzahlungen und Auszahlungen betrachtet.
- Es muß also eine Verbindung zwischen den Zahlungen aus der Investition und den Bemessungsgrundlagen hergestellt werden.

### Kapitalwert und gewinnabhängige Steuern

#### Annahmen:

- Reine Eigenfinanzierung
- proportionale Gewinnsteuer mit dem Steuersatz  $s$
- Steuerbemessungsgrundlage ist der Gewinn vor Steuern ( $R_t$ ).  
Der Reinertrag ( $R_t$ ) wird definiert als Differenz von Einzahlungsüberschuß und Abschreibung der Periode  
 $R_t = a_t - AfA_t$       Es gilt:  $\sum_t AfA_t = A_0$
- Die alternative Finanzanlage unterliegt der gleichen Besteuerung wie die betrachtete Investition;  
damit ergibt sich der Kalkulationszinsfuß  $i_s = i(1 - s)$   
und  $q_s = 1 + i_s = 1 + i(1 - s)$

Den Kapitalwert nach Steuern erhält man aus:

$$\begin{aligned}
 V_0^s &= \sum_{t=1}^T (a_t - s \cdot R_t) \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \sum_{t=1}^T [a_t - s \cdot (a_t - AfA_t)] \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \sum_{t=1}^T [(1-s) \cdot a_t + s \cdot AfA_t] \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \underbrace{\sum_{t=1}^T (1-s) \cdot a_t \cdot q_s^{-t}}_{\text{Barwert der EZÜ nach Steuern}} - A_0 + \underbrace{\sum_{t=1}^T s \cdot AfA_t \cdot q_s^{-t}}_{\text{Barwert der Steuerersparnisse durch Abschreibungsverrechnung}}
 \end{aligned}$$

Erklärung durch Betrachtung der alternative Finanzanlage:

Die Finanzanlage wird so konstruiert, daß die Zahlungsreihen vor Steuern aus Finanzanlage und Investition äquivalent sind.

Dies bedeutet:

- Anlage von 30 für eine Periode zum Zinssatz von 20 % (A<sub>1</sub>)
- Anlage von 70 für zwei Perioden zum Zinssatz von 20 % (A<sub>2</sub>)

Es kann zu dem Ergebnis kommen, dass  $V_0^s > V_0$

⇒ **Steuerparadoxon**

Beispiel: I { - 100; 50; 84 } bei i = 0,2 ist V<sub>0</sub> = 0  
Steuersatz s = 0,5 i<sub>s</sub> = 0,1

t	0	1	2
a <sub>t</sub>	- 100	50	84
AfA <sub>t</sub>		50	50
R <sub>t</sub>		0	34
s R <sub>t</sub>		0	17
EZÜ n. St.	- 100	50	67

$V_0^s = 0,826 >$   
 $V_0 = 0$

Finanzanlage

t	0	1	2
A <sub>1</sub>	-30	36	0
A <sub>2</sub>	-70	14	84
a <sub>t</sub>	- 100	50	84
Zinsen = R <sub>t</sub>		20	14
s R <sub>t</sub>		10	7
EZÜ n. St.	- 100	40	77

Berechnet man den Kapitalwert nach Steuern, so erhält man:

$V_0^s = 0 = V_0 = 0$

**Ergebnis:**

- Durch die AfA-Verrechnung erhält man bei der Sachanlage einen zinslosen Steuerkredit von 10 für eine Periode gegenüber der Finanzanlage.
- Im Zeitpunkt  $t_2$  ist dieser Kredit dann zurückzuzahlen (Steuerzahlung 17 bei SA gegenüber 7 bei FA).
- Dieser zinslose Steuerkredit hat einen Barwert von 0,826, der sich als Differenz der Barwerte der Steuerzahlungen bei der Sachanlage und der Finanzanlage ergibt.

Das Ergebnis, dass der Kapitalwert nach Steuern höher sein kann als der Kapitalwert vor Steuern, kommt durch zwei Effekte zustande:

$$V_0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot \frac{1}{q^t} - A_0$$

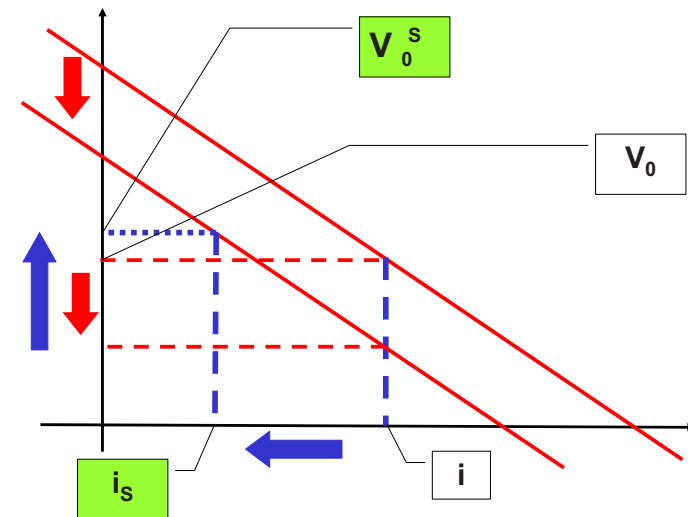
$$V_0^s = \sum_{t=1}^T [(1-s) \cdot a_t + s \cdot AfA_t] \cdot \frac{1}{q_s^t} - A_0$$

**Volumeneffekt:**  
Zahlungsreihe nach Steuern  $\leq$  Zahlungsreihe vor Steuern  
Kapitalwert sinkt

**Zinseffekt:** Zinssatz sinkt, Kapitalwert steigt

**Barwert der Steuerzahlungen**

t	1	2	Summe
Steuer FA	10	7	17
Barwert	9,091	5,785	14,876
Steuer SA	0	17	17
Barwert	0	14,050	14,050
Differenz	9,091	- 8,265	0,826



Im Zahlenbeispiel führt der Volumeneffekt dazu, daß der Kapitalwert um 11,806 sinkt.

t	0	1	2
EZÜ n. St.	- 100	50	67

- Bei  $i = 0,2$  ergibt sich ein Kapitalwert von - 11,806.
- Vermindert man den Kalkulationszinsfuß auf  $i_s = 0,1$ , so steigt dadurch der Kapitalwert um 12,632. Dies ist der Zinseffekt.
- Im Beispiel ist also der Zinseffekt größer als der Volumeneffekt.
- Das Ergebnis ist folglich, daß der Kapitalwert nach Steuern höher ist als der Kapitalwert vor Steuern.

**Ergebnis:**

- Der Barwert der Steuerersparnisse aus der AfA-Verrechnung wird um so größer, je früher die Abschreibungen verrechnet werden, d. h. der AfA-Aufwand nach vorne verlagert wird.
- **Konsequenz:**  
Das Abschreibungsverfahren beeinflusst die Höhe des Kapitalwerts nach Steuern.

**Einfluß der AfA auf den Kapitalwert nach Steuern:**

t	0	1	2
$a_t$	- 100	50	84
$AfA_t$		40	60
$R_t$		10	24
$s R_t$		5	12
EZÜ n. St.	- 100	45	72

Kapitalwert nach Steuern = 0,413

t	0	1	2
$a_t$	- 100	50	84
$AfA_t$		50	50
$R_t$		0	34
$s R_t$		0	17
EZÜ n. St.	- 100	50	67

Kapitalwert nach Steuern = 0,826

Gegeben seien die zwei sich gegenseitig ausschließenden Investitionsprojekte A und B mit den folgenden Zahlungsreihen vor Steuern:

A: {-200; 60; 85; 50; 125}, B: {-90; 65; 30; 40},

Der einheitliche Marktzinssatz betrage  $i = 0,18$ . Wenn man die Auswahl zwischen diesen beiden Projekten auf der Basis des Kapitalwerts ohne Steuern trifft, dann ist das Projekt B vorzuziehen.

- Prüfen Sie, welches Projekt vorzuziehen ist, wenn die Einkommensteuer von 40 % auf den Gewinn berücksichtigt wird. Der steuerpflichtige Gewinn ergibt sich in jeder Periode aus Einzahlungsüberschuss vermindert um die lineare Abschreibung.
- Erklären Sie das in a) festgestellte Ergebnis, indem Sie für die beiden Projekte den Volumeneffekt und den Zinseffekt darstellen.

**Projekt A**

Zeit	EZÜ	Zinssatz	Barwert
t	at	0,180	EZÜ
0	-200	1,00000	-200,000
1	60	1,18000	50,847
2	85	1,39240	61,046
3	50	1,64303	30,432
4	125	1,93878	64,474
<b>Summe</b>	<b>120</b>		<b>6,798</b>

**Projekt A mit Steuern**

Zeit	EZÜ	AfA	Gewinn	Steuer	EZÜnSt	Zinssatz	Barwert
t	at			0,4		0,108	
0	-200	0,00			-200,00	1,00000	-200,000
1	60	50,00	10,00	4,00	56,00	1,10800	50,542
2	85	50,00	35,00	14,00	71,00	1,22766	57,833
3	50	50,00	0,00	0,00	50,00	1,36025	36,758
4	125	50,00	75,00	30,00	95,00	1,50716	63,033
<b>Summe</b>	<b>120</b>	<b>200,00</b>		<b>48,00</b>	<b>72,00</b>		<b>8,165</b>

**Projekt B**

Zeit	EZÜ	Zinssatz	Barwert
t	at	0,180	EZÜ
0	-90	1,00000	-90,000
1	65	1,18000	55,085
2	30	1,39240	21,546
3	40	1,64303	24,345
4	0	1,93878	0,000
<b>Summe</b>	<b>45</b>		<b>10,976</b>

**Projekt B mit Steuern**

Zeit	EZÜ	AfA	Gewinn	Steuer	EZÜnSt	Zinssatz	Barwert
t	at			0,4		0,108	
0	-90	0,00			-90,00	1,00000	-90,000
1	65	30,00	35,00	14,00	51,00	1,10800	46,029
2	30	30,00	0,00	0,00	30,00	1,22766	24,437
3	40	30,00	10,00	4,00	36,00	1,36025	26,466
4	0	0,00	0,00	0,00	0,00	1,50716	0,000
<b>Summe</b>	<b>45</b>	<b>90,00</b>		<b>18,00</b>	<b>27,00</b>		<b>6,931</b>

**Projekt A: Volumen- und Zinseffekt**

Zeit	Volumeneffekt			Zinseffekt		Differenz	Kapitalwert nach Steuern
	EZÜnSt	Zins	Barwert	Zins	Barwert		
t	at	0,180	EZÜ	0,108	EZÜ		
0	-200,00	1,00000	-200,000	1,00000	-200,000		
1	56,00	1,18000	47,458	1,10800	50,542	3,084	
2	71,00	1,39240	50,991	1,22766	57,833	6,842	
3	50,00	1,64303	30,432	1,36025	36,758	6,326	
4	95,00	1,93878	49,000	1,50716	63,033	14,033	
Summe	72,00		-22,120			30,285	8,165
		Vol-effekt	- 28,918		Zinseffekt	30,285	
	Differenz Zinseffekt u Volumeneffekt			=		1,367	

Ein Unternehmer erwägt die Anschaffung der Produktionsanlage A. Diese verursacht eine Anfangsauszahlung von 2000 GE und erwirtschaftet die folgenden sicheren Einzahlungsüberschüsse:

t	1	2	3	4
a <sub>t</sub>	600	660	610	300

Die geplante Nutzungsdauer beträgt 4 Perioden. Bei Veräußerung der Anlage am Ende der 4. Periode wird ein Liquidationserlös von 360 GE erzielt.

- a) Berechnen Sie den Kapitalwert ohne Steuern! Der Kalkulationszinsfuß betrage 10%. Ist das Investitionsprojekt vorteilhaft?
- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern auf der Basis der Nutzungsdauer von 4 Perioden! Die Einkommensteuer beträgt 50 % auf den steuerpflichtigen Gewinn. Der steuerpflichtige Gewinn ergibt sich in jeder Periode aus Einzahlungsüberschuss (plus eventuellem Liquidationserlös) vermindert um die lineare Abschreibung. Wie ist das Projekt nun zu beurteilen?

**Projekt B: Volumen- und Zinseffekt**

Zeit	Volumeneffekt			Zinseffekt		Differenz	Kapitalwert nach Steuern
	EZÜnSt	Zinssatz	Barwert	Zinssatz	Barwert		
t	at	0,180	EZÜ	0,108	EZÜ		
0	-90,00	1,00000	-90,000	1,00000	-90,000		
1	51,00	1,18000	43,220	1,10800	46,029	2,809	
2	30,00	1,39240	21,546	1,22766	24,437	2,891	
3	36,00	1,64303	21,911	1,36025	26,466	4,555	
4	0,00	1,93878	0,000	1,50716	0,000	0,000	
Summe	27,00		-3,323			10,255	6,931
		Vol-Effekt	- 14,299		Zins-Effekt	10,255	
	Differenz Zinseffekt u. Volumeneffekt			=		-4,044	

- c) Vergleichen Sie die bei a) und b) erzielten Ergebnisse miteinander und erklären Sie den hier auftretenden Effekt!
- d) **Nehmen Sie folgende Situation an:** Der Unternehmer kann die jährliche Abschreibung beliebig festlegen. Bei der Bestimmung des jährlichen Abschreibungsbetrages ist nur zu beachten, dass in keinem Jahr ein steuerlicher Verlust eintreten darf. Wie sollte der Unternehmer die Abschreibungsbeträge in den Jahren 1 bis 4 festlegen? Wie wirkt sich diese Festlegung auf die Vorteilhaftigkeit des Projektes aus? Begründen Sie Ihre Antwort!

**Projekt A**

Zeit t	EZÜ at	Zinssatz 0,100	Barwert EZÜ
0	-2000	1,00000	-2000,0000
1	600	1,10000	545,4545
2	660	1,21000	545,4545
3	610	1,33100	458,3020
4	660	1,46410	450,7889
Summe	530	Kapitalwert	0,0000

i\* 0,100000

- **Steuerparadoxon tritt auf.**  
Setzt sich aus Volumeneffekt und Zinseffekt zusammen.
- **Volumeneffekt:** Zahlungsreihe nach Steuern ist geringer als Zahlungsreihe ohne Steuern, weil die Zahlungsreihe um die Steuerzahlungen der Sachanlage reduziert wird.  
Folge: Kapitalwert sinkt!
- **Zinseffekt:** Kalkulationszinsfuß nach Steuern ist geringer als Kalkulationszinsfuß vor Steuern, weil der Kalkulationszinsfuß um die Besteuerung der Alternativenanlage reduziert wird.  
Folge: Kapitalwert steigt!
- **Zinseffekt ist größer als Volumeneffekt, deshalb steigt Kapitalwert nach Steuern über Kapitalwert vor Steuern.**

**Projekt A mit Steuern**

Zeit t	EZÜ at	AfA	Gewinn	Steuer 0,5	EZÜnSt	Zinssatz 0,05	Barwert
0	-2000	0			-2000	1,00000	-2000,00
1	600	500	100	50	550	1,05000	523,81
2	660	500	160	80	580	1,10250	526,08
3	610	500	110	55	555	1,15763	479,43
4	660	500	160	80	580	1,21551	477,17
Summe	530	2000		265	265		6,48

i\* 0,10

0,0514

**Zielsetzung: Maximierung des Kapitalwerts nach Steuern**  
**Kapitalwert kann maximiert werden durch Vorverlagerung des Abschreibungsaufwandes, weil dadurch die Steuerzahlungen in die Zukunft verlagert werden. Hierdurch sinkt der Barwert der Steuerzahlungen; der Barwert des Steuerkredits wird maximiert.**

Zeit t	EZÜ at	AfA	Gewinn	Steuer 0,5	EZÜnSt	Zinssatz 0,05	Barwert
0	-2000	0,00			-2000,00	1,00000	-2000,0000
1	600	600,00	100	50	550	1,05000	571,4286
2	660	660,00	160	80	580	1,10250	598,6395
3	610	610,00	110	55	555	1,15763	526,9409
4	660	130,00	160	80	580	1,21551	324,9675
5	0	0,00			0,00	1,27628	0,0000
Summe	530	2000		265,00	265,00		21,9764

i\* 0,100000

0,055008

Zeit t	EZÜ at	AfA	Gewinn	Steuer 0,5	EZÜSt	Zinssatz 0,05	Barwert
0	-2000	0			-2000	1,000	-2000,00
1	600	600	0	0	600	1,050	571,43
2	660	660	0	0	660	1,103	598,64
3	610	610	0	0	610	1,158	526,94
4	660	130	530	265	395	1,216	324,97
Summe	530	2000		265	2265		21,98

$i^*$       0,100

0,055

Eine Investition ist vorteilhaft, wenn der Kapitalwert positiv ist.

$$V_0 = \sum a_t \cdot (1+i)^{-t} - A_0$$

**Der kritische Wert für einen Parameter liegt also genau dort, wo der Kapitalwert gerade gleich Null wird.**

Interner Zinsfuß als kritischer Wert:

- Der interne Zinsfuß stellt einen kritischen Wert dar, da er den Kalkulationszinsfuß angibt, bei dem der Kapitalwert gerade Null wird.
- Bei Normalinvestitionen ist der Kapitalwert genau dann positiv, wenn der Kalkulationszinsfuß kleiner ist als der interne Zinsfuß.
- Der interne Zinsfuß gibt als kritischer Wert den Bereich für die Finanzierungskosten an, für den die Durchführung der Investition vorteilhaft ist.

### C: 3. Berücksichtigung der Ungewissheit

#### Sensitivitätsanalyse:

- Ein relativ einfaches Verfahren zur Einbeziehung der Unsicherheit besteht darin, die Investitionsrechnung zunächst auf der Basis quasi-sicherer Erwartungen durchzuführen. In einem zweiten Schritt wird dann geprüft, wie empfindlich das Rechenergebnis auf Abweichungen bei den Ausgangsdaten reagiert. Dieses Verfahren wird als Sensitivitätsanalyse bezeichnet.
- Methode der kritischen Werte:  
Bei der Methode der kritischen Werte fragt man nach den Grenzen, innerhalb derer ein Parameter liegen kann, ohne dass die Vorteilhaftigkeit der betrachteten Alternative verloren geht.

**Investitionsprojekt:**

- Anfangsauszahlung ( $A_0$ )
- gleichbleibende jährliche Zahlungsüberschüsse in Höhe von  $a$  für  $T$  Jahre  
Bsp.:  $I \{-300; 100; 100; 100; 100\}$ ;  $i = 0,1$ ;  $V_0 = 16,99$ ;  $i^* = 0,1259$

Es gilt:

$$\begin{aligned} V_0 &= \sum_{t=1}^T a \cdot q^{-t} - A_0 \\ &= a \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{q^t} - A_0 \\ &= a \cdot \frac{q^T - 1}{q^T \cdot (q - 1)} - A_0 \\ &= a \cdot RBF_T - A_0 \end{aligned}$$

Die jährlichen Zahlungsüberschüsse  $a$  ergeben aus:

$$a = (p \cdot x - k_v \cdot x - K_f) = (p - k_v) \cdot x - K_f$$

Symbole:

- $p$  Preis pro Stück  
 $k_v$  auszahlungswirksame variable Kosten pro Stück  
 $K_f$  auszahlungswirksame fixe Kosten pro Jahr  
 $x$  Produktions- und Absatzmenge pro Jahr

$$V_0 = [(p - k_v) \cdot x - K_f] \cdot RBF_T - A_0$$

### Preisuntergrenze $p^*$

$$0 = [(p - k_v) \cdot x - K_f] \cdot RBF_T - A_0$$

$$p^* = \frac{(A_0 / RBF_T) + K_f}{x} + k_v$$
$$= \frac{(A_0 \cdot KWF_T) + K_f}{x} + k_v$$

### Kritische Menge $x^*$

$$0 = [(p - k_v) \cdot x - K_f] \cdot RBF_T - A_0$$

$$x^* = \frac{(A_0 / RBF_T) + K_f}{p - k_v}$$
$$= \frac{(A_0 \cdot KWF_T) + K_f}{p - k_v}$$
$$RBF_T = \frac{1}{KWF_T}$$

### Ergebnis:

- Mit dem Verfahren der kritischen Werte erhält man zusätzliche Informationen über die unsicheren Größen.
- Da sich die Analyse immer nur auf einen Parameter bezieht, wobei die anderen unsicheren Größen als konstant vorausgesetzt werden, kann das Unsicherheitsphänomen nur unvollkommen erfaßt werden.
- Bessere Einblicke in die Unsicherheitsproblematik der Entscheidung erhält man z.B. durch Verfahren der Risikoanalyse, die hier aber nicht betrachtet werden.