

# VWA Köln WS 2005/06

## Investitionsplanung und Investitionsrechnung

### Teil 2

Dozent: Dr. Peter von Hinten

Universität zu Köln

Seminar für Bankbetriebslehre

Tel: 0221 470 4081

e-mail: pvhinten@wiso.uni-koeln.de

### Übungsaufgabe 2

Aussage	falsch	richtig
Der interne Zinsfuß ist der Zinsfuß, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinsfuß der Kapitalwert gleich Null ist.		
Der interne Zinsfuß gibt die Verzinsung des jeweils im Investitionsprojekt gebundenen Kapitals an, wenn die Zahlungsüberschüsse des Projekts nur zur Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals verwendet werden.		
Der Kapitalwert einer Normalinvestition ist genau dann positiv, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe positiv ist.		
Der Kapitalwert einer Normalinvestition ist genau dann positiv, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe größer als der Kalkulationszinsfuß und positiv ist.		
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn der mit dem Kalkulationszinsfuß berechnete Barwert der Einzahlungsüberschüsse größer ist als der Barwert der Auszahlungsüberschüsse, der ebenfalls mit dem Kalkulationszinsfuß ermittelt wird.		
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn der mit dem Kalkulationszinsfuß berechnete Endwert der Zahlungsreihe positiv und größer als Null ist..		
Bei einer Normalinvestition ist der interne Zinsfuß nur dann größer als der Kalkulationszinsfuß, wenn die äquivalente Annuität positiv und größer als Null ist.		

### Übungsaufgabe 1

Aussage	falsch	richtig
Der Kapitalwert einer Investition gibt die Veränderung des Vermögens des Investors zu Beginn der Durchführung des Investitionsprojektes an.		
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich dem Barwert der Zins- und Tilgungszahlungen des Kredits, der zum Kalkulationszinsfuß aufgenommen wird, um die Anfangsauszahlung zu finanzieren.		
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich dem Barwert der Überschüsse, die man über die Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals hinaus in jeder Periode entnehmen kann.		
Der Kapitalwert einer Investition ist gleich der Summe der Periodengewinne, die man aus dem Investitionsprojekt während der Laufzeit der Investition erhält.		
Der Endwert einer Investition gibt die Veränderung des Vermögens des Investors am Ende der Laufzeit des Investitionsprojektes an.		
Den Endwert einer Investition erhält man, indem man den Barwert der Zahlungsreihe des Investitionsprojektes mit dem internen Zinsfuß auf das Ende der Laufzeit des Investitionsprojektes aufzinst.		
Die äquivalente Annuität ist der Betrag, den man in jeder Periode entnehmen kann, ohne die Verzinsung und Tilgung des anfangs investierten Kapitals aus den Einzahlungsüberschüssen zu gefährden.		

### Übungsaufgabe 3

Aussage	falsch	richtig
Bei der Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojektes ist es gleichgültig, ob man die Entscheidung mit Hilfe des Kapitalwertes, der äquivalenten Annuität oder des Endwertes trifft, wenn man dabei die folgenden Entscheidungsregeln verwendet: - Realisiere die Investition, wenn der Kapitalwert positiv ist. - Realisiere die Investition, wenn der Endwert positiv ist. - Realisiere die Investition, wenn die äquivalente Annuität positiv ist.		
Bei der Entscheidung über Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojektes kommt man, wenn es sich um eine Normalinvestition handelt, mit Hilfe der folgenden Entscheidungsregeln immer zum gleichen Ergebnis: - Realisiere das Projekt, wenn sein Endwert positiv ist. - Realisiere das Projekt, wenn der interne Zinsfuß größer ist als der Kalkulationszinsfuß.		
Von zwei alternativen Investitionsprojekten mit gleicher Laufzeit sollte dasjenige mit dem höheren Endwert nur dann durchgeführt werden, wenn die Anfangsauszahlungen der Projekte gleich hoch sind.		
Von zwei alternativen Normalinvestitionen mit gleicher Anfangsauszahlung und gleicher Laufzeit sollte immer diejenige durchgeführt werden, die den höheren internen Zinsfuß aufweist, wenn dieser größer als der Kalkulationszinsfuß ist.		
Ein Investitionsprojekt sollte nur dann durchgeführt werden, wenn der Endwert seiner Zahlungsreihe größer ist als die Anfangsauszahlung.		
Von zwei alternativen Normalinvestitionen sollte immer diejenige durchgeführt werden, die den höheren internen Zinsfuß aufweist, wenn dieser größer als der Kalkulationszinsfuß ist und wenn bei diesem Projekt auch die Summe der Zahlungen größer ist.		

### Übungsaufgabe 4

Nehmen Sie folgende Situation an:

Sie haben die Wahl zwischen den einander ausschließenden Investitionsprojekten A und B, die beide eine Anfangsauszahlung von 1.000 GE erfordern und eine Laufzeit von 10 Jahren aufweisen; nach der Anfangsauszahlung folgen bei beiden Investitionsprojekten nur noch Einzahlungsüberschüsse.

Für Projekt A gilt:

Bei einem Kalkulationszinsfuß von 6 % beträgt der Kapitalwert +100; der interne Zinsfuß der Investition liegt bei 8,5 %.

Für Projekt B gilt:

Bei einem Kalkulationszinsfuß von 5 % beträgt der Kapitalwert der Investition +100; der interne Zinsfuß liegt bei 12 %.

- Welches der beiden Projekte würden Sie durchführen, wenn der Entscheidung ein Kalkulationszinsfuß von 5,5 % zugrunde gelegt werden soll?
- Wie würde Ihre Entscheidung bei einem Kalkulationszinsfuß von 8 % ausfallen?

### Übungsaufgabe 6

Sie verfügen über ein Anfangsvermögen von 150 GE. Gegeben seien die zwei Investitionsprojekte A und B, die sich gegenseitig ausschließen.

Die sicheren Zahlungsströme der Projekte lauten:

A:  $\{-150; 80; 60; 60\}$   $i^*_A = 0,169$

B:  $\{-120; 48; 60; 60\}$   $i^*_B = 0,181$

Es existiere ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Marktzinssatz von  $r = 9\%$ .

Wie würden Sie handeln? Begründen Sie Ihre Antwort!

### Übungsaufgabe 5

Gegeben seien zwei Investitionsprojekte A und B, die sich gegenseitig ausschließen. Die sicheren Zahlungsströme der Projekte lauten:

A:  $\{-100; 68; 30; 30\}$ , B:  $\{-80; 45; 30; 30\}$ .

Die internen Zinsfüße der Projekte betragen

$i^*_A = 16,1\%$  und  $i^*_B = 16,25\%$ .

Es existiere ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Marktzinssatz von  $r = 7,5\%$ .

Wie muss man vorgehen, um auf der Basis des internen Zinsfußes eine Auswahl zwischen den beiden Projekten treffen zu können?

Welches Investitionsprojekt ist vorzuziehen?

### Übungsaufgabe 7

Sie haben die Wahl zwischen den alternativen Investitionsprojekten B und C, für die folgende Daten gelten:

t	0	1	2	3	$i^*$
B	-1000	420	400	500	$\approx 0,14791$
C	-1200	640	400	500	$\approx 0,14349$

Geben Sie an, in welchem Bereich der Kalkulationszinsfuß liegen muss, damit Sie sich

- für das Projekt B
- für das Projekt C

entscheiden würden. Begründen Sie Ihre Antwort!

Sie sollen auf der Basis des internen Zinsfußes ohne Kenntnis des Kalkulationszinsfußes darüber entscheiden, welches der beiden Projekte B und C durchgeführt werden soll.

B:  $\{-1100; 300; 500; 900\}$   $i_B^* = 0,2087$

C:  $\{-1400; 600; 500; 900\}$   $i_C^* = 0,1863$

Welches der Projekte würden Sie realisieren?

Begründen Sie Ihre Antwort!

**B: 3. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt**

**3.1 Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition**

**3.2 Optimaler Ersatzzeitpunkt bei zweigliedriger Investitionskette**

**B: Investitionsentscheidungen bei gegebenem Kalkulationszinsfuß**

1. Kapitalwert, Endwert und äquivalente Annuität
2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium
3. **Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt**

**B: 3.1 Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition**

**Problemstellung bei optimaler Nutzungsdauer:**

- Bisher wurde unterstellt, dass die Nutzungsdauer des Investitionsprojekts gegeben ist.
- Die Nutzungsdauer ist aber ein Entscheidungsproblem.
- Frage:  
Wann soll die Produktion eingestellt und die Anlagen veräußert werden?  
Dies ist die Frage nach der optimalen Nutzungsdauer bzw. nach der optimalen Restnutzungsdauer.

### Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition:

- Bei der Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer einer einmaligen Investition ist die Nutzungsdauer eine unabhängige Variable.
- Es ist diejenige Nutzungsdauer zu wählen, bei der Kapitalwert ein Maximum erreicht.
- Dazu ist der Kapitalwert in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer zu formulieren.

### Zahlenbeispiel:

$$I: a_t \{-150; 40; 70; 40; 30; 40; 20\}$$

$$L_t \{150; 125; 100; 75; 50; 25; 0\}$$

t	0	1	2	3	4	5	6
a <sub>t</sub>	-150	40	70	40	30	40	20
L <sub>t</sub>	150	125	100	75	50	25	0

$$V_0(T) = -A_0 + \sum_{t=1}^T a_t \cdot q^{-t} + L_T \cdot q^{-T}$$

Symbole:

a<sub>t</sub> Einzahlungsüberschuß in der Periode t

L<sub>t</sub> Nettoliquidationserlös aus der Verwertung der Anlage am Ende der Periode t

V<sub>0</sub>(T) Kapitalwert bei einer Nutzungsdauer von T Perioden

### Entscheidungsregel:

$$\max_T V_0(T) \quad \text{für } T = 1 \dots T_{\max}$$

t	0	1	2	3	4	5	6
a <sub>t</sub>	-150	40	70	40	30	40	20
L <sub>t</sub>	150	125	100	75	50	25	0

### Zahlungsreihen der Handlungsalternativen

T=1	-150	165					
T=2	-150	40	170				
T=3	-150	40	70	115			
T=4	-150	40	70	40	80		
T=5	-150	40	70	40	30	65	
T=6	-150	40	70	40	30	40	20

**Kapitalwerte der Handlungsalternativen:**

T	1	2	3	4	5	6
V <sub>0</sub>	0,00	26,86	30,62	28,91	35,12	30,88



Die optimale Nutzungsdauer beträgt 5 Perioden.

Ein Weiterbetrieb lohnt sich nur, wenn  $V_0(T) - V_0(T-1) > 0$ .

$$a_T \cdot q^{-T} + L_T \cdot q^{-T} - L_{T-1} \cdot q^{-(T-1)} > 0$$

$$(a_T + L_T - L_{T-1} \cdot q) \cdot q^{-T} > 0$$

$$a_T + L_T - L_{T-1} \cdot (1 + i) > 0$$

$$a_T + (L_T - L_{T-1}) - L_{T-1} \cdot i > 0$$

**Alternative Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer**

➤ **Grenzwertkalkül**

Ermittlung des Grenzeinzahlungsüberschusses durch Vergleich der Kapitalwerte für die Zeitpunkte T und T-1.

$$V_0(T) = -A_0 + \sum_{t=1}^{T-1} a_t \cdot q^{-t} + a_T \cdot q^{-T} + L_T \cdot q^{-T}$$

$$V_0(T-1) = -A_0 + \sum_{t=1}^{T-1} a_t \cdot q^{-t} + L_{T-1} \cdot q^{-(T-1)}$$

Aus  $V_0(T) - V_0(T-1)$  erhält man:

$$V_0(T) - V_0(T-1) = a_T \cdot q^{-T} + L_T \cdot q^{-T} - L_{T-1} \cdot q^{-(T-1)}$$

$$a_T + (L_T - L_{T-1}) - L_{T-1} \cdot i > 0$$

Dieser Ausdruck läßt sich gut interpretieren:

- $a_T$  zusätzliche Einzahlung durch Weiternutzung in T
- $(L_T - L_{T-1})$  Verminderung des Restwerterlöses durch den Weiterbetrieb in T
- $L_{T-1} \cdot i$  entgangene Verzinsung des Restwerterlöses für eine Periode durch die Weiternutzung der Anlage

$$a_T + (L_T - L_{T-1}) - L_{T-1} \cdot i > 0$$

**Entscheidungsregel:**

Verlängere die Nutzungsdauer solange um eine weitere Periode, solange der Grenzeinzahlungsüberschuss > 0 ist.

Anders formuliert:

Beende die Nutzung des Projekts vor der Periode, in welcher der Grenzeinzahlungsüberschuss erstmals negativ wird.

Problematik dieses Entscheidungskriteriums liegt darin, dass man nur dann zum selben Ergebnis kommt wie beim Kapitalwert, wenn auf eine Reihe positiver Grenzeinzahlungsüberschüsse nur noch negative Grenzeinzahlungsüberschüsse folgen.

**3.2 Optimaler Ersatzzeitpunkt bei zweigliedriger Investitionskette**

**Problemstellung beim optimalen Ersatzzeitpunkt:**

- Das Produkt kann noch mehrere Perioden verkauft werden. Zu entscheiden ist, ob die vorhandenen Anlagen bis zur Einstellung des Produkts genutzt werden sollen oder ob die Anlagen noch einmal durch neue Anlagen ersetzt werden sollen.
- Wird die vorhandene Anlage nur noch einmal durch eine neue Anlage ersetzt, ist über den optimalen Ersatzzeitpunkt für die alte Anlage und die optimale Nutzungsdauer für die neue Anlage zu entscheiden (Problem der optimalen zweigliedrigen Investitionskette).

- Aus der Zielsetzung des Investors - Vermögensmaximierung oder Entnahmemaximierung – ergibt sich als Entscheidungsregel: Maximiere den Kapitalwert der Investitionskette.

**Zahlenbeispiel:**



t	1	2	3	4	5	6
$a_t$	40,00	70,00	40,00	30,00	40,00	20,00
$L_T - L_{T-1}$	- 25,00	- 25,00	- 25,00	- 25,00	- 25,00	- 25,00
$- L_{T-1} \cdot i$	- 15,00	- 12,50	- 10,00	- 7,50	- 5,00	- 2,50
<b>GEZÜ</b>	<b>0,00</b>	<b>32,50</b>	<b>5,00</b>	<b>- 2,50</b>	<b>10,00</b>	<b>- 7,50</b>
$V_0$	0,00	26,86	30,62	28,91	35,12	30,88

Entsprechend dem Entscheidungskriterium des Grenzwertkalküls würde man die Nutzung am Ende der 3. Periode beenden und damit das Kapitalwertmaximum verfehlen, das erst nach 5 Perioden erreicht wird.

**Optimale zweigliedrige Investitionskette:**

- Annahme zur Vereinfachung: Identische Wiederholung der Investition  
Damit wird unterstellt, dass die Einzahlungsüberschüsse der alten Anlage und der neuen Anlage gleich sind und unabhängig vom Anschaffungszeitpunkt.

Zahlenbeispiel: (i = 10 %)

t	0	1	2	3	4	5
$a_t (I_A)$	- 100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0
$a_t (I_B)$	- 100	70	85	50	30	15
$L_{Bt}$	100	80	60	40	20	0

**Vorgehen:**

**1. Schritt:**

Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer  $\tau_B$  von Anlage B

**2. Schritt:**

Ermittlung des Kapitalwerts der Investitionskette für alternative  $\tau_A$  bei gegebenem  $\tau_B$

**3. Schritt:**

Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes  $\tau_A$ , so dass der Kapitalwert der Investitionskette maximiert wird.

**Kapitalwerte der Handlungsalternativen:**

$\tau_B$	1	2	3	4	5
$V_N(\tau_B)$	36,36	83,47	101,50	105,60	101,25



Optimale Nutzungsdauer der Anlage B beträgt 4 Perioden.

$\tau_B = 4$

**1. Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer  $\tau_B$  von  $I_B$**

t	$\tau_A$	$\tau_A + 1$	$\tau_A + 2$	$\tau_A + 3$	$\tau_A + 4$	$\tau_A + 5$
$a_t$	- 100	70	85	50	30	15
$L_t$	100	80	60	40	20	0

**Zahlungsreihen der Handlungsalternativen**

t	$\tau_A$	$\tau_A + 1$	$\tau_A + 2$	$\tau_A + 3$	$\tau_A + 4$	$\tau_A + 5$
$\tau_B = 1$	-100	150				
$\tau_B = 2$	-100	70	145			
$\tau_B = 3$	-100	70	85	90		
$\tau_B = 4$	-100	70	85	50	50	
$\tau_B = 5$	-100	70	85	50	30	15

**2. Ermittlung der Kapitalwerte der Investitionskette für alternative  $\tau_A$  bei gegebenem  $\tau_B = 4$**

Annahme: Entscheidungszeitpunkt  $t = 0$

$\tau_A$		1	2	3	4	5
t	0	1	2	3	4	5
$a_t (I_A)$	- 100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0

Zahlungsreihen der Handlungsalternativen:

$\tau_A$		1	2	3	4	5
t	0	1	2	3	4	5
$a_t(I_A)$	-100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0
$\tau_A = 1$	-100	150				
$\tau_A = 2$	-100	70	145			
$\tau_A = 3$	-100	70	85	90		
$\tau_A = 4$	-100	70	85	50	50	
$\tau_A = 5$	-100	70	85	50	30	15

Optimale Lösung:

- Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt am Ende der 3. Periode ( $\tau_A=3$ ). Hier sollte die Anlage A zum Restwert von 40 veräußert werden und die Anlage B beschafft werden.
- Die Anlage B sollte 4 Perioden genutzt werden ( $\tau_B=4$ ). Insgesamt sollte das Produkt T = 7 Perioden ( $= \tau_A + \tau_B$ ) (3 + 4) produziert und am Markt angeboten werden.
- Zahlungsreihe der Investitionskette:

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$I_A$	-100	70	85	90				
$I_B$				-100	70	85	50	50
$\Sigma$	-100	70	85	-10	70	85	50	50

Kapitalwerte der Handlungsalternativen:

$\tau_A$	1	2	3	4	5
$V_A(t=0)$	36,36	83,47	101,50	105,60	101,25

Kapitalwerte der Investitionskette:

$\tau_A$	$V_A(t=0)$	$V_B(\tau_A)$	$V_B(\tau_A)(t=0)$	$V_0$ Invkette
1	36,36	105,60	96,00	132,36
2	83,47	105,60	87,27	170,74
3	101,50	105,60	79,34	180,84
4	105,60	105,60	72,13	177,73
5	101,25	105,60	65,57	166,82

← Optimale Lösung

**Alternative Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes**

➤ **Grenzwertkalkül**

- Ermittlung des Grenzeinzahlungsüberschusses durch Vergleich der Kapitalwerte für die Investitionskette mit den Zeitpunkten  $\tau_A$  und  $\tau_A-1$ .
- Annahme zur Vereinfachung:**  
**Identische Wiederholung der Investition**  
Damit wird unterstellt, dass die Einzahlungsüberschüsse der alten Anlage und der neuen Anlage gleich sind und unabhängig vom Anschaffungszeitpunkt.

**Ermittlung des Grenzeinzahlungsüberschusses:**

Den Grenzeinzahlungsüberschuss erhält man als Differenz der Kapitalwerte der Investitionskette für die Zeitpunkte  $\tau_A$  und  $\tau_A - 1$ .

Als **Entscheidungskriterium** erhält man:

$$a_{A\tau_A} + (L_{A\tau_A} - L_{A\tau_A-1}) - L_{A\tau_A-1} \cdot i \geq K_{\tau_{AN}}(\tau_N) \cdot i$$

Das Entscheidungskriterium lässt sich leicht erklären:  
Der Weiterbetrieb der alten Anlage lohnt nur dann, wenn der Grenzeinzahlungsüberschuss, der durch den Weiterbetrieb der alten Anlage erzielt wird, größer ist als der Zinsverlust auf den Kapitalwert der neuen Anlage, der durch die Weiternutzung erst eine Periode später realisiert werden kann.

**Veränderung der Entscheidungssituation:**

Bisher wurde unterstellt:

- Identische Wiederholung
- Entscheidung in  $t = 0$

**Neue Annahme:**

- In  $t = 2$  ergibt sich eine neue Investitionsmöglichkeit (neues Produktionsverfahren) mit folgender Zahlungsreihe:

$\tau_N$	0	1	2	3	4	5	6
$a_{\tau_N}(I_N)$	-150	100	90	90	40	20	10
$L_{\tau_N}(I_N)$	150	120	90	60	40	20	0

**Zahlenbeispiel:**

$\tau_A$	1	2	3	4	5
$a_t$	70	85	50	30	15
$L_T - L_{T-1}$	-20	-20	-20	-20	-20
$-L_{T-1} \cdot i$	-10	-8	-6	-4	-2
GEZÜ	40	57	24	6	-7

Verlängert man die Nutzungsdauer der alten Anlage von  $\tau_A = 3$  auf  $\tau_A = 4$ , so erzielt man einen Grenzeinzahlungsüberschuss von 6 Geldeinheiten. Dadurch erreicht man allerdings die Vermögensmehrung von  $K_N=105,6$  erst eine Periode später. Man verliert dadurch die Verzinsung des Kapitalwerts für eine Periode (= 10,5).

**Vorgehen in der veränderten Entscheidungssituation:**

In  $t = 2$  ist nun zu prüfen, ob die bisherige Entscheidung revidiert werden muss.

- Dazu ist die optimale Nutzungsdauer für  $I_N$  zu ermitteln.
- Dann ist durch Kapitalwertvergleich zu prüfen, ob  $I_N$  vorteilhafter ist als  $I_B$ .
- Wird  $I_N$  realisiert, dann ist der optimale Ersatzzeitpunkt für  $I_A$  bei optimaler Nutzungsdauer von  $I_N$  zu bestimmen.

### Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer $\tau_N$ von $I_N$

t	$\tau_A$	$\tau_A+1$	$\tau_A+2$	$\tau_A+3$	$\tau_A+4$	$\tau_A+5$	$\tau_A+6$
$a_t$	-150	100	90	90	40	20	10
$L_t$	150	120	90	60	40	20	0

### Zahlungsreihen der Handlungsalternativen

t	$\tau_A$	$\tau_A+1$	$\tau_A+2$	$\tau_A+3$	$\tau_A+4$	$\tau_A+5$	$\tau_A+6$
$\tau_N=1$	-150	220					
$\tau_N=2$	-150	100	180				
$\tau_N=3$	-150	100	90	150			
$\tau_N=4$	-150	100	90	90	80		
$\tau_N=5$	-150	100	90	90	40	40	
$\tau_N=6$	-150	100	90	90	40	20	10

### Ermittlung der Kapitalwerte der Investitionskette für alternative $\tau_A$ bei gegebenem $\tau_N = 4$

Entscheidungszeitpunkt  $t = 2$



t	0	1	2	3	4	5
$\tau_A$			0	1	2	3
$a_t(I_A)$	-100	70	85	50	30	15
$L_{At}$	100	80	60	40	20	0

### Kapitalwerte der Handlungsalternativen:

$\tau_N$	1	2	3	4	5	6
$V_N(\tau_N)$	50,0	89,7	127,9	137,5	135,1	128,3



Optimale Nutzungsdauer der Anlage N beträgt 4 Perioden ( $\tau_N = 4$ )

Bei Anlage N wird ein höherer Kapitalwert erreicht als bei Anlage B.  $I_N$  realisieren!

### Zahlungsreihen der Handlungsalternativen:

$\tau_A$	0	1	2	3
t	2	3	4	5
$a_t(I_A)$	0	50	30	15
$L_{At}$	60	40	20	0
$\tau_A = 0$	60			
$\tau_A = 1$	0	90		
$\tau_A = 2$	0	50	50	
$\tau_A = 3$	0	50	30	15

Kapitalwerte der Handlungsalternativen:

$T_A$	0	1	2	3
$V_A(t=2)$	60,0	81,8	86,8	81,5

Kapitalwerte der Investitionskette:

$T_A$	$V_A(t=2)$	$V_N(T_A)$	$V_N(T_A)(t=2) = \frac{V_N(T_A)}{q^{T_A}}$	$V_{t=2}$ Invkette
0	60,0	137,5	137,5	197,5
1	81,8	137,5	125,0	206,8
2	86,8	137,5	113,6	200,4
3	81,5	137,5	103,3	184,8

← Optimale Lösung

Für ein Investitionsprojekt gelten die folgenden Daten:

t	0	1	2	3	4	5	6
$L_t$	150	125	100	75	50	25	0
$a_t$	-150	50	25	65	45	31	20

Kalkulationszinsfuß 10 %

- Nehmen Sie zu folgender Aussage Stellung:  
„Für die Vorteilhaftigkeit dieses Investitionsprojektes ist es irrelevant, ob die Nutzung im Zeitpunkt  $t=4$  oder im Zeitpunkt  $t=5$  beendet wird.“
- Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt bei einmaliger identischer Wiederholung dieses Investitionsprojektes.

Optimale Lösung:

- Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt bei  $\tau_A=1$ , also am Ende der 3. Periode.  
Hier sollte die Anlage A zum Restwert von 40 veräußert werden und die Anlage N beschafft werden, weil der Kapitalwert der Investitionskette mit  $206,8 > 180,8$  (siehe Folie 142) wird.
- Die Anlage N sollte 4 Perioden genutzt werden ( $\tau_N=4$ ).  
Insgesamt sollte das Produkt noch 5 Perioden ( $= \tau_A + \tau_N$ ) (1 + 4) produziert und am Markt angeboten werden.
- Zahlungsreihe der Investitionskette:

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$I_A$	-100	70	85	90				
$I_N$				-150	100	90	90	80
$\Sigma$	-100	70	85	-60	100	90	90	80

Ein Unternehmer erwägt die Anschaffung einer Produktionsanlage. Diese verursacht eine Anfangsauszahlung von 1000 GE und erwirtschaftet die folgenden Einzahlungsüberschüsse:

t	1	2	3	4
$a_t$	200	300	300	300

Die geplante Nutzungsdauer beträgt 4 Perioden; am Ende der Nutzungsdauer fällt ein Veräußerungserlös von 250 GE an.

- Berechnen Sie den Kapitalwert. Der Kalkulationszinsfuß betrage 10%. Soll der Unternehmer das Investitionsprojekt realisieren?
- Wenn die Nutzungsdauer um eine Periode auf 5 Perioden verlängert wird, dann wird in der 5. Periode ein Einzahlungsüberschuss von 100 GE erzielt. Bei Veräußerung der Anlage am Ende der 5. Periode wird ein Liquidationserlös von 150 GE erzielt. Soll die Nutzungsdauer auf 5 Perioden verlängert werden?
- Welcher Einzahlungsüberschuss müsste in der 5. Periode mindestens erzielt werden, damit sich die Verlängerung der Nutzungsdauer auf 5 Perioden lohnt?

**C: Weiterführende Probleme**

1. Unvollkommener Kapitalmarkt und Finanzierungsgrenzen
  - 1.1 Vollständige Finanzpläne
  - 1.2 Kapitalbudgetierung
2. Einbeziehung von Steuern
3. Berücksichtigung der Ungewissheit

**C: 1.1 Vollständige Finanzpläne**

**a) Entscheidung über Durchführung eines Investitionsprojektes**

**Zahlenbeispiel:** Investition A: {-1200; 368; 440; 398; 456}

**Finanzierung:**

Eigenkapital: 300 GE

Kredit: 900 GE

Kreditkonditionen:

Auszahlung 100 %, endfällige Tilgung zu 100 %, Zinssatz 12 %.

Anlagemöglichkeiten unbegrenzt, Habenzins 6 %.

**Zielsetzung:**

**Endvermögensmaximierung bei jährlicher Entnahme von 10 ab t=1**

**C: 1. Unvollkommener Kapitalmarkt und Finanzierungsgrenzen**

- **Bisher: unrealistische Annahme des vollkommenen Kapitalmarkts**  
Mit dieser Annahme haben wir für alle Investitionsprojekte pauschal einheitliche Ergänzungsinvestitionen mit dem Kapitalwert von Null unterstellt.
- **Nun: realistische Annahme des unvollkommenen Kapitalmarkts**  
Das bedeutet:  
**Sollzinsen (Kreditzins) höher als Habenzinsen (Anlagezins); keine unbegrenzten Kreditbeträge zu einem gegebenem Zinssatz.**
- **Notwendig:**  
anderes Verfahren zur Ermittlung der Vorteilhaftigkeit;  
echte, sich gegenseitig vollständig ausschließende Alternativen.
- **Instrument: vollständiger Finanzplan**

**Vollständiger Finanzplan bei unvollkommenem Kapitalmarkt:**

t	0	1	2	3	4
Zahlungsreihe $a_t$	- 1200	368	440	398	456
Eigenkapital	300				
Entnahmen		- 10	- 10	- 10	- 10
<u>Standardkredit (12 %)</u>					
Aufnahme (+)	900				
Tilgung (-)					- 900
Sollzinsen (-)		- 108	- 108	- 108	- 108
<u>Standardanlage (6 %)</u>					
Anlage (-)		- 250	- 337	- 315,2	
Auflösung (+)					507,9
Habenzinsen (+)			15	35,2	54,1
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>					
Kreditbestand	900	900	900	900	0
Guthabenbestand	0	250	587	902,2	394,3

**Vollständiger Finanzplan der Alternativanlage bei unvollkommenem Kapitalmarkt:**

t	0	1	2	3	4
Zahlungsreihe $a_t$	- 300	18	18	18	318
Eigenkapital	300				
Entnahmen		- 10	- 10	- 10	- 10
<u>Standardkredit (12 %)</u>					
Aufnahme (+)					
Tilgung (-)					
Sollzinsen (-)					
<u>Standardanlage (6 %)</u>					
Anlage (-)		- 8	- 8,48	- 8,99	- 309,53
Auflösung (+)					
Habenzinsen (+)			0,48	0,99	1,53
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>					
Kreditbestand					0
Guthabenbestand	0	8	16,48	25,47	335

**b) Auswahl alternativer Investitionsprojekte**

**Beispiel:**

Investition A: { -1200; 368; 440; 398; 456 }

Investition C: { -1400; 530; 490; 390; 360; 130 }

**Finanzierung:**

Eigenkapital: 300 GE

Kredit 1: maximal 600 GE

Kreditkonditionen: Auszahlung 100 %, Zinssatz 12 %, Laufzeit 4 Jahre, endfällige Tilgung zu 100 %.

Kredit 2: Höhe unbegrenzt

Kreditkonditionen: Kontokorrentkredit, Auszahlung 100 %, Zinssatz 15 %, Laufzeit unbegrenzt.

Anlagemöglichkeiten unbegrenzt, Habenzins 6 %.

**Zielsetzung:**

**Endvermögensmaximierung bei jährlicher Entnahme von 50 ab t=1**

**Vorteilhaftigkeitsvergleich:**

Endvermögen bei Investition = 394,3

Endvermögen bei Alternativanlage = 335

➤ Investition ist vorzuziehen, weil höheres Endvermögen!

**Investition A:**

t	0	1	2	3	4	5
Zahlungsreihe $a_t$	- 1200,00	368,00	440,00	398,00	456,00	0
Eigenkapital	300,00					
Entnahmen		- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00
<u>Kredit 1 (12 %)</u>						
Aufnahme (+)	600,00					
Tilgung (-)					- 600,00	
Sollzinsen (-)		- 72,00	- 72,00	- 72,00	- 72,00	
<u>Kredit 2 (15 %)</u>						
Aufnahme (+)	300,00					
Tilgung (-)		- 201,00	- 99,00			
Sollzinsen (-)		- 45,00	- 14,85			
<u>Anlage (6 %)</u>						
Anlage (-)			- 204,15	- 288,25		
Auflösung (+)					236,46	34,64
Habenzinsen (+)				12,25	29,54	15,36
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0	0
<u>Bestandsgrößen</u>						
Kredit 1	600,00	600,00	600,00	600,00	0	0
Kredit 2	300,00	99,00	0	0	0	0
Guthaben	0	0	204,15	492,40	255,94	221,30

Investition C:

t	0	1	2	3	4	5
Zahlungsreihe $a_t$	- 1400	530,00	490,00	390,00	360,00	130,00
Eigenkapital	300					
Entnahmen		- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00	- 50,00
<b>Kredit 1 (12 %)</b>						
Aufnahme (+)	600					
Tilgung (-)					- 600,00	
Sollzinsen (-)		- 72,00	- 72,00	- 72,00	- 72,00	
<b>Kredit 2 (15 %)</b>						
Aufnahme (+)	500					
Tilgung (-)		- 333,00	- 167,00			
Sollzinsen (-)		- 75,00	- 25,05			
<b>Anlage (6 %)</b>						
Anlage (-)			- 175,95	- 278,56		- 87,19
Auflösung (+)					334,73	
Haberzinsen (+)				10,56	27,27	7,19
Finanzierungssaldo	0	0	0	0	0	0
<b>Bestandsgrößen</b>						
Kredit 1	600	600,00	600,00	600,00	0	
Kredit 2	500	167,00	0			
Guthaben	0	0	175,95	454,51	119,78	206,97

Ein Investor, der sein Endvermögen maximieren will und am Ende jeder Periode 10000 GE entnehmen will, kann ein Investitionsprojekt mit der folgenden sicheren Zahlungsreihe durchführen: {-200000; 54750; 71050; 78500; 70000}.

Zur Finanzierung stehen ihm neben den Eigenmitteln von 40000 GE die beiden folgenden Kredite zur Verfügung:

**Kredit 1:** Maximaler nominaler Kreditbetrag 100000 GE, Auszahlung 95 %, Zinssatz 12 %, Laufzeit 4 Jahre, Tilgung in vier gleichen Raten ab der 1. Periode.

**Kredit 2:** Kontokorrentkredit in beliebiger Höhe zum Zinssatz von 15 %.

Entwickeln Sie einen vollständigen Finanzplan für dieses Projekt und geben Sie eine Empfehlung ab, ob der Investor dieses Projekt durchführen soll! Gehen Sie dabei davon aus, dass der Investor seine Eigenmittel zum Zinssatz von 8 % für jeweils eine Periode am Kapitalmarkt anlegen kann.

Ein Investor, der sein Endvermögen maximieren will, kann ein Investitionsprojekt mit der folgenden sicheren Zahlungsreihe durchführen: {-150000; 45000; 65000; 82000}.

Zur Finanzierung stehen ihm neben den Eigenmitteln von 20000 GE die beiden folgenden Kredite zur Verfügung:

**Kredit 1:** Maximaler Kreditbetrag 80000 GE, Auszahlung 100 %, Zinssatz 12 %, Tilgung in einem Betrag am Ende der dritten Periode

**Kredit 2:** Kontokorrentkredit in beliebiger Höhe zum Zinssatz von 15 %.

Entwickeln Sie einen vollständigen Finanzplan für dieses Projekt und geben Sie eine Empfehlung ab, ob der Investor dieses Projekt durchführen soll! Gehen Sie dabei davon aus, dass die Eigenmittel am Kapitalmarkt zu 6 % angelegt werden können.

**C: 1.2 Kapitalbudgetierung**

**Problemstellung:**

Zusammenstellung eines Investitionsprogramms bei unvollkommenem Kapitalmarkt.

**Einfaches Beispiel:**

Zur Verfügung stehendes Kapital von 250 GE

**Investitionsprojekte:**

	A	B	C	D	E	F
$a_0$	- 100	- 60	- 50	- 70	- 80	- 40
$a_1$	112	84	55	91	103	46
$i^*$	0,12	0,40	0,10	0,30	0,2875	0,15

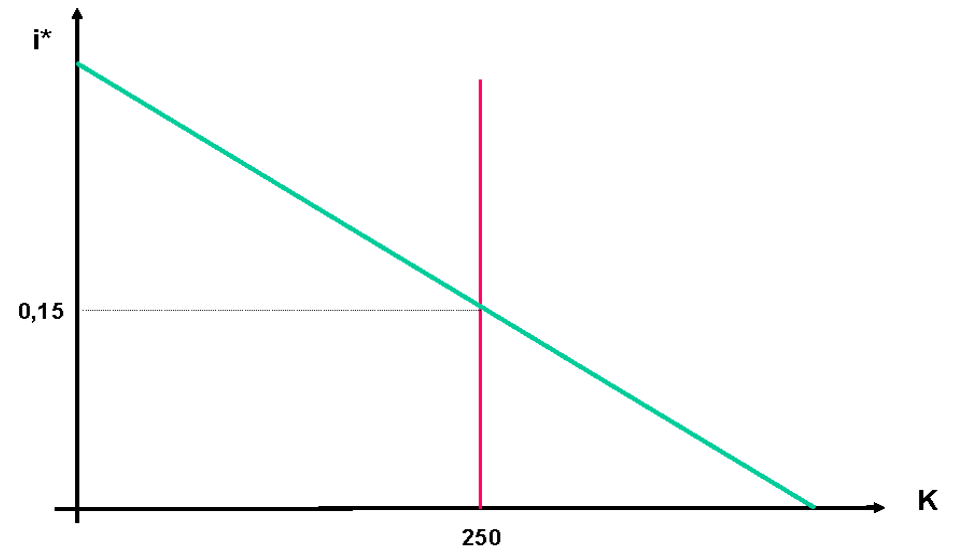
**Kapitalnachfragefunktion:**

Jedem Kapitalbetrag wird die bei optimaler Verwendung erzielbare marginale interne Verzinsung zugeordnet.

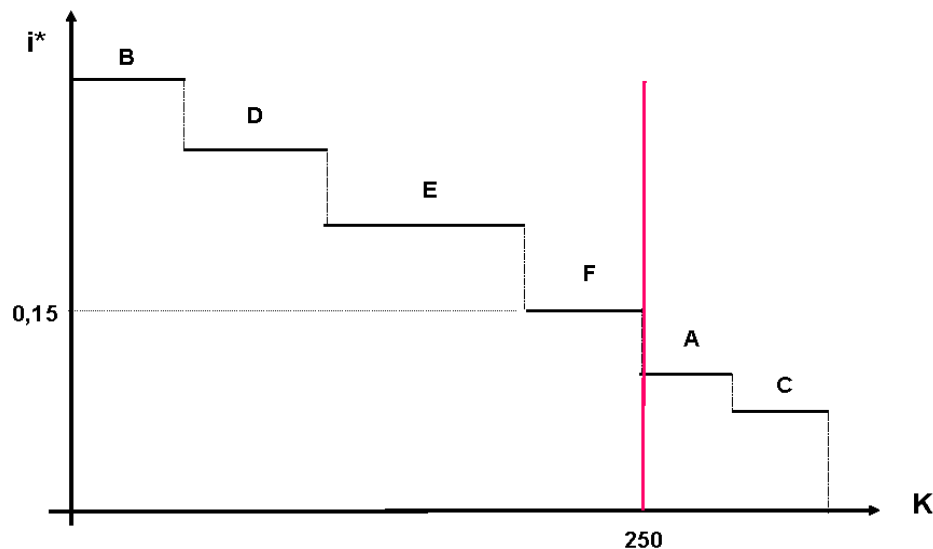
Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf des Projekts	kumulierter Kapitalbedarf
B	0,4	60	60
D	0,3	70	130
E	0,2875	80	210
F	0,15	40	250
A	0,12	100	350
C	0,10	50	400

Optimales Investitionsprogramm

**Vereinfachte Kapitalnachfragefunktion:**



**Kapitalnachfragefunktion:**



**Probleme bei Ermittlung der Kapitalnachfragefunktion:**

Abhängigkeiten zwischen Investitionsprojekten

- Projekte schließen sich gegenseitig aus
- Projekte beeinflussen sich gegenseitig

**Einander ausschließende Projekte**

Beispiel: Investitionsprojekte D und E schließen sich aus:

	A	B	C	D	E	F
$a_0$	- 100	- 60	- 50	- 70	- 80	- 40
$a_1$	112	84	55	91	103	46
$i^*$	0,12	0,40	0,10	0,30	0,2875	0,15

Lösung über die Differenzinvestition:

Projekt	$a_0$	$a_1$	$i^*$
D	- 70	91	0,30
E	- 80	103	0,2875
E - D	-10	12	0,20

**Projekte beeinflussen sich gegenseitig**

Beispiel:

Projekte B und F beeinflussen sich in der folgenden Form:  
Wird sowohl B als auch F realisiert, dann wird mit B nur ein Einzahlungsüberschuss von 81 erzielt.

Lösung:

Man ersetzt die abhängigen Projekte durch die einander ausschließenden Projekte: Nur B; Nur F; B+F

Projekt	$a_0$	$a_1$	$i^*$
Nur B	- 60	84	0,40
Nur F	- 40	46	0,15
B + F	- 100	127	0,27

Kapitalnachfragefunktion:

Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf des Projekts	kumulierter Kapitalbedarf
B	0,40	60	60
D	0,30	70	130
E - D	0,20	10	140
F	0,15	40	180
A	0,12	100	280
C	0,10	50	330

Optimales Investitionsprogramm

Steht ein Kapital von 180 zur Verfügung ergibt sich als optimales Programm:  
Projekte B, E und F

Kapitalnachfragefunktion:

Zur Ermittlung der Kapitalnachfragefunktion verwendet man wieder das Verfahren mit den Differenzinvestitionen.

Projekt	$a_0$	$a_1$	$i^*$
Nur B	- 60	84	0,40
B + F	- 100	127	0,27
B+F – Nur B	- 40	43	0,075

**Kapitalnachfragefunktion:**

Projekt	$i^*$	Kapitalbedarf	Kumulierter Kapitalbedarf
Nur B	0,40	60	60
D	0,30	70	130
E	0,2875	80	210
A	0,12	100	310
C	0,10	50	360
B+F – Nur B	0,075	40	400

Optimales Investitionsprogramm

Bei einem Kapital von 310 ergibt sich als optimales Programm: Projekte B, D, E und A

**Kapitalangebotsfunktion:**

Jedem Kapitalbetrag werden die bei optimaler Finanzierung entstehenden marginalen Kapitalkosten zugeordnet.

Projekt	$k^*$	Höchstbetrag	Kumulierte Höchstbeträge
Eigenmittel	0,06	140	140
$K_1$	0,08	100	240
$K_2$	0,13	80	320
$K_3$	0,16	80	400

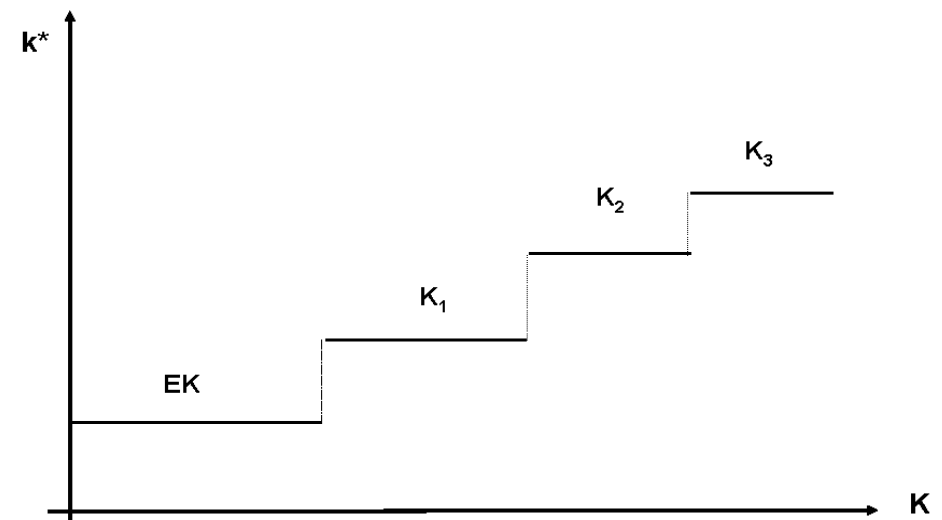
**Kapitalangebotsfunktion:**

- Bisherige Annahme: Unelastisches Kapitalangebot in Form der Kapitalrationierung
- **Neue Annahme: Elastisches Kapitalangebot, d. h. es kann zusätzliches Kapital zu steigenden Finanzierungskosten beschafft werden.**

Beispiel:

	Eigenmittel	$K_1$	$K_2$	$K_3$
Betrag	140	100	80	80
$k^*$	0,06	0,08	0,13	0,16

**Kapitalangebotsfunktion:**



**Bestimmung des optimalen Programms:**

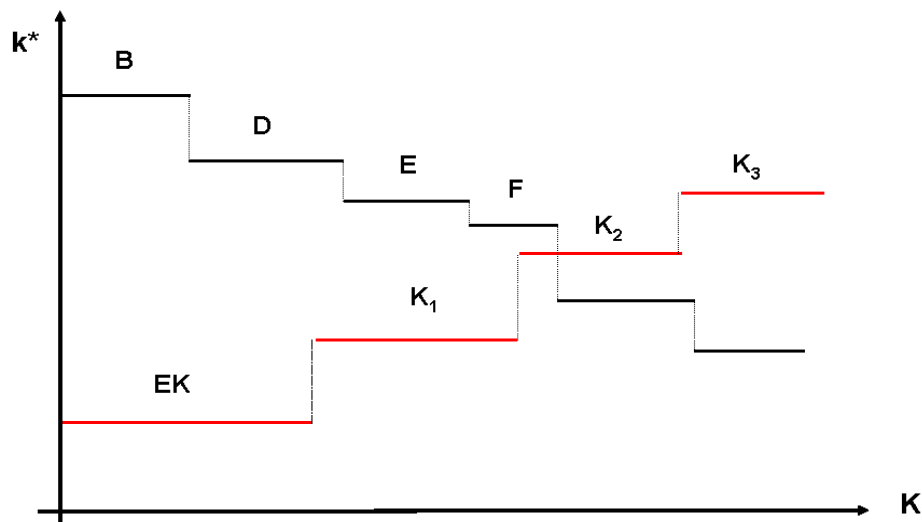
Das optimale Programm erhält man durch Gegenüberstellung der Kapitalnachfragekurve und der Kapitalangebotskurve. Durch den Schnittpunkt der Kurven ist das optimale Programm definiert.

Inv.-Projekt	Kap.-bedarf	$i^*$	kum. Kap.-bedarf	Fin.-Projekt	Betrag	$k^*$	kum. Kapital
B	60	0,4	60	EK	140	0,06	140
D	70	0,3	130	$K_1$	100	0,08	240
E	80	0,2875	210	$K_2$	10	0,13	250
F	40	0,15	250	$K_2$	70	0,13	320
A	100	0,12	350	$K_3$	80	0,16	400
C	50	0,10	400				

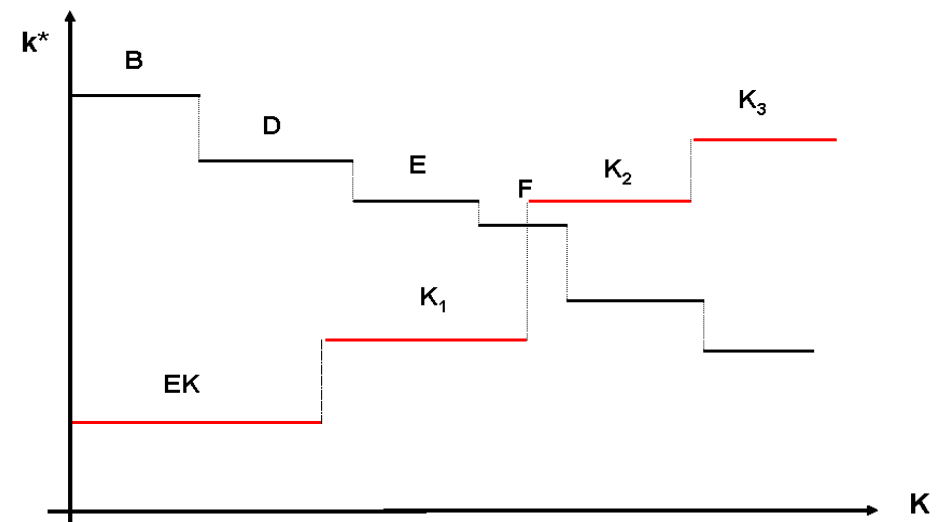
**Probleme bei der Bestimmung des optimalen Kapitalbudgets:**

- unteilbare Investitionsprojekte
- Reihungskriterium bei mehrperiodigen Investitionsprojekten
- Sicherung der Liquiditätsbedingung bei mehrperiodigen Projekten

**Optimales Kapitalbudget:**



**Problem: unteilbare Investitionsprojekte:**



Ein Unternehmer mit einem Vermögen in Höhe von 510 Geldeinheiten kann folgende vier Investitionsprojekte A, B, C und D durchführen, die folgende sichere Zahlungsströme aufweisen:

A: {-260; 276,9}, B: {-210; 237,3}, C: {-150; 172,5}, D: {-300; 327}.

- a) Gehen Sie davon aus, dass sich die Investitionsprojekte A, B und C gegenseitig ausschließen, zwischen diesen drei Projekten und dem Projekt D aber keine technischen Abhängigkeiten bestehen.

Nehmen Sie an, dass auf dem vollkommenen Kapitalmarkt zum einheitlichen Zinssatz von 7 % beliebige Beträge angelegt und aufgenommen werden können.

Bestimmen Sie unter Rückgriff auf den internen Zinsfuß als Entscheidungskriterium das für den Unternehmer optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm.

## C: 2. Einbeziehung von Steuern

### Notwendigkeit der Einbeziehung von Steuern

- Finanzwirtschaftliche Dispositionen, insbesondere Investitionsentscheidungen, verändern die Steuerlast der Unternehmung.
- Für die Beurteilung von Investitionen folgt daraus, dass man die aus der Investition resultierende Veränderung der Steuerlast ermitteln muss und die Steuerzahlungen in der Investitionsrechnung erfassen muss.
- Durch die Besteuerung wird auch die Zahlungsreihe der Alternativanlage beeinflusst. Da die Alternativanlage im Kalkulationszinsfuß erfaßt wird, muß dieser bei der Einbeziehung von Steuern um die Steuerwirkung korrigiert werden.

- b) Nehmen Sie nun an, dass zwischen den Projekten A, B, C und D keine technischen Abhängigkeiten bestehen. Unterstellen Sie außerdem, dass dem Unternehmer zur Finanzierung der Investitionsprojekte außer seinen eigenen Mitteln, die er am Kapitalmarkt zu 5 % anlegen könnte, nur Fremdkapital in beliebigem Umfang zu einem Zinssatz von 12 % zur Verfügung steht.

Bestimmen Sie das optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm des Unternehmers! Gehen Sie dabei davon aus, dass der Unternehmer sein Endvermögen maximieren will. Welche Voraussetzungen müssen hinsichtlich der Investitionsprojekte erfüllt sein, damit die gefundene Lösung auch realisiert werden kann?

**Die Einbeziehung von Steuern erfordert die Lösung von zwei Problemen:**

- Korrektur der Zahlungsreihe der Investition um die Steuerzahlungen**
- Korrektur des Kalkulationszinsfußes um die Steuerwirkung**

### a) Korrektur der Zahlungsreihe um die Steuerzahlungen

- Die Korrektur der Zahlungsreihe um die Steuern erfordert die Erfassung der Veränderung der Steuerbemessungsgrundlagen durch die Investition.  
Bei den Ertragsteuern ist der sog. Reinertrag, d.h. der Gewinn vor Steuern, die Bemessungsgrundlage.
- Der Gewinn ist definiert als Differenz von Ertrag und Aufwand der Periode.  
In der Investitionsrechnung werden aber Einzahlungen und Auszahlungen betrachtet.
- Es muß also eine Verbindung zwischen den Zahlungen aus der Investition und den Bemessungsgrundlagen hergestellt werden.

### Kapitalwert und gewinnabhängige Steuern

#### Annahmen:

- Reine Eigenfinanzierung
- proportionale Gewinnsteuer mit dem Steuersatz  $s$
- Steuerbemessungsgrundlage ist der Gewinn vor Steuern ( $R_t$ ).  
Der Reinertrag ( $R_t$ ) wird definiert als Differenz von Einzahlungsüberschuß und Abschreibung der Periode  
 $R_t = a_t - AfA_t$       Es gilt:  $\sum_t AfA_t = A_0$
- Die alternative Finanzanlage unterliegt der gleichen Besteuerung wie die betrachtete Investition;  
damit ergibt sich der Kalkulationszinsfuß  $i_s = i(1 - s)$   
und  $q_s = 1 + i_s = 1 + i(1 - s)$

### b) Korrektur des Kalkulationszinsfußes

- Der Kalkulationszinsfuß gibt die Kapitalkosten an, d. h. erforderliche Mindestverzinsung, die die Investition erbringen muss.
- Da die Zahlungsreihe der Investition um die Steuerzahlungen vermindert wurde, wird ein Ergebnis nach Steuern betrachtet. Folglich muß auch die Mindestverzinsung nach Steuern ermittelt werden.  
Der Kalkulationszinsfuß ist um die Steuerwirkungen zu korrigieren.
- Beim Einsatz von Eigenkapital bedeutet dies, dass die Alternativverzinsung nach Steuern ermittelt werden muss.  
Beim Einsatz von Fremdkapital muss die Effektivverzinsung nach Steuern ermittelt werden.

Den Kapitalwert nach Steuern erhält man aus:

$$\begin{aligned}
 V_0^s &= \sum_{t=1}^T (a_t - s \cdot R_t) \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \sum_{t=1}^T [a_t - s \cdot (a_t - AfA_t)] \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \sum_{t=1}^T [(1 - s) \cdot a_t + s \cdot AfA_t] \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \underbrace{\sum_{t=1}^T (1 - s) \cdot a_t \cdot q_s^{-t}}_{\text{Barwert der EZÜ nach Steuern}} - A_0 + \underbrace{\sum_{t=1}^T s \cdot AfA_t \cdot q_s^{-t}}_{\text{Barwert der Steuerersparnisse durch Abschreibungsverrechnung}}
 \end{aligned}$$

Barwert der EZÜ  
nach Steuern

Barwert der Steuerersparnisse  
durch Abschreibungsverrechnung

Es kann zu dem Ergebnis kommen, dass  $V_0^s > V_0$

⇒ **Steuerparadoxon**

Beispiel: I { - 100; 50; 84 } bei  $i = 0,2$  ist  $V_0 = 0$   
Steuersatz  $s = 0,5$   $i_s = 0,1$

t	0	1	2
$a_t$	- 100	50	84
$AfA_t$		50	50
$R_t$		0	34
$s R_t$		0	17
EZÜ n. St.	- 100	50	67

$V_0^s = 0,826 >$   
 $V_0 = 0$

Finanzanlage

t	0	1	2
$A_1$	-30	36	0
$A_2$	-70	14	84
$a_t$	- 100	50	84
Zinsen = $R_t$		20	14
$s R_t$		10	7
EZÜ n. St.	- 100	40	77

Berechnet man den Kapitalwert nach Steuern, so erhält man:

$V_0^s = 0 = V_0 = 0$

Erklärung durch Betrachtung der alternative Finanzanlage:

Die Finanzanlage wird so konstruiert, daß die Zahlungsreihen vor Steuern aus Finanzanlage und Investition äquivalent sind.

Dies bedeutet:

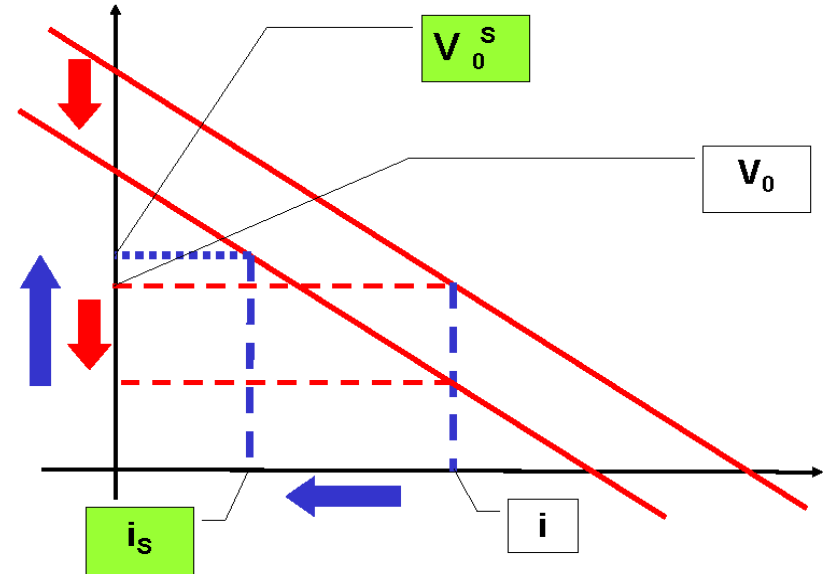
- Anlage von 30 für eine Periode zum Zinssatz von 20 % ( $A_1$ )
- Anlage von 70 für zwei Perioden zum Zinssatz von 20 % ( $A_2$ )

Ergebnis:

- Durch die AfA-Verrechnung erhält man bei der Sachanlage einen zinslosen Steuerkredit von 10 für eine Periode gegenüber der Finanzanlage.
- Im Zeitpunkt  $t_2$  ist dieser Kredit dann zurückzuzahlen (Steuerzahlung 17 bei SA gegenüber 7 bei FA).
- Dieser zinslose Steuerkredit hat einen Barwert von 0,826, der sich als Differenz der Barwerte der Steuerzahlungen bei der Sachanlage und der Finanzanlage ergibt.

**Barwert der Steuerzahlungen**

t	1	2	Summe
Steuer FA	10	7	17
Barwert	9,091	5,785	14,876
Steuer SA	0	17	17
Barwert	0	14,050	14,050
Differenz	9,091	- 8,265	0,826



Das Ergebnis, dass der Kapitalwert nach Steuern höher sein kann als der Kapitalwert vor Steuern, kommt durch zwei Effekte zustande:

$$V_0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot \frac{1}{q^t} - A_0$$

$$V_0^s = \sum_{t=1}^T [(1-s) \cdot a_t + s \cdot AfA_t] \cdot \frac{1}{q_s^t} - A_0$$

**Volumeneffekt:**  
Zahlungsreihe nach Steuern ≤ Zahlungsreihe vor Steuern  
Kapitalwert sinkt

**Zinseffekt:** Zinssatz sinkt, Kapitalwert steigt

Im Zahlenbeispiel führt der Volumeneffekt dazu, daß der Kapitalwert um 11,806 sinkt.

t	0	1	2
EZÜ n. St.	- 100	50	67

- Bei  $i = 0,2$  ergibt sich ein Kapitalwert von - 11,806.
- Vermindert man den Kalkulationszinsfuß auf  $i_s = 0,1$ , so steigt dadurch der Kapitalwert um 12,632. Dies ist der Zinseffekt.
- Im Beispiel ist also der Zinseffekt größer als der Volumeneffekt.
- Das Ergebnis ist folglich, daß der Kapitalwert nach Steuern höher ist als der Kapitalwert vor Steuern.

**Einfluß der AfA auf den Kapitalwert nach Steuern:**

t	0	1	2
$a_t$	- 100	50	84
$AfA_t$		40	60
$R_t$		10	24
$s R_t$		5	12
EZÜ n. St.	- 100	45	72

Kapitalwert nach  
Steuern = 0,413

t	0	1	2
$a_t$	- 100	50	84
$AfA_t$		50	50
$R_t$		0	34
$s R_t$		0	17
EZÜ n. St.	- 100	50	67

Kapitalwert nach  
Steuern = 0,826

Gegeben seien die zwei sich gegenseitig ausschließenden Investitionsprojekte A und B mit den folgenden Zahlungsreihen vor Steuern:

A: {-200; 60; 85; 50; 125}, B: {-90; 65; 30; 40},

Der einheitliche Marktzinssatz betrage  $i = 0,18$ . Wenn man die Auswahl zwischen diesen beiden Projekten auf der Basis des Kapitalwerts ohne Steuern trifft, dann ist das Projekt B vorzuziehen.

- Prüfen Sie, welches Projekt vorzuziehen ist, wenn die Einkommensteuer von 40 % auf den Gewinn berücksichtigt wird. Der steuerpflichtige Gewinn ergibt sich in jeder Periode aus Einzahlungsüberschuss vermindert um die lineare Abschreibung.
- Erklären Sie das in a) festgestellte Ergebnis, indem Sie für die beiden Projekte den Volumeneffekt und den Zinseffekt darstellen.

**Ergebnis:**

- Der Barwert der Steuerersparnisse aus der AfA-Verrechnung wird um so größer, je früher die Abschreibungen verrechnet werden, d. h. der AfA-Aufwand nach vorne verlagert wird.
- Konsequenz:**  
Das Abschreibungsverfahren beeinflusst die Höhe des Kapitalwerts nach Steuern.

Ein Unternehmer erwägt die Anschaffung der Produktionsanlage A. Diese verursacht eine Anfangsauszahlung von 2000 GE und erwirtschaftet die folgenden sicheren Einzahlungsüberschüsse:

t	1	2	3	4
$a_t$	600	660	610	300

Die geplante Nutzungsdauer beträgt 4 Perioden. Bei Veräußerung der Anlage am Ende der 4. Periode wird ein Liquidationserlös von 360 GE erzielt.

- Berechnen Sie den Kapitalwert ohne Steuern! Der Kalkulationszinsfuß betrage 10%. Ist das Investitionsprojekt vorteilhaft?
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern auf der Basis der Nutzungsdauer von 4 Perioden! Die Einkommensteuer beträgt 50 % auf den steuerpflichtigen Gewinn. Der steuerpflichtige Gewinn ergibt sich in jeder Periode aus Einzahlungsüberschuss (plus eventuellem Liquidationserlös) vermindert um die lineare Abschreibung. Wie ist das Projekt nun zu beurteilen?

- c) Vergleichen Sie die bei a) und b) erzielten Ergebnisse miteinander und erklären Sie den hier auftretenden Effekt!
- d) Nehmen Sie folgende Situation an: Der Unternehmer kann die jährliche Abschreibung beliebig festlegen. Bei der Bestimmung des jährlichen Abschreibungsbetrages ist nur zu beachten, dass in keinem Jahr ein steuerlicher Verlust eintreten darf. Wie sollte der Unternehmer die Abschreibungsbeträge in den Jahren 1 bis 4 festlegen? Wie wirkt sich diese Festlegung auf die Vorteilhaftigkeit des Projektes aus? Begründen Sie Ihre Antwort!

Eine Investition ist vorteilhaft, wenn der Kapitalwert positiv ist.

$$V_0 = \sum a_t \cdot (1+i)^{-t} - A_0$$

**Der kritische Wert für einen Parameter liegt also genau dort, wo der Kapitalwert gerade gleich Null wird.**

Interner Zinsfuß als kritischer Wert:

- Der interne Zinsfuß stellt einen kritischen Wert dar, da er den Kalkulationszinsfuß angibt, bei dem der Kapitalwert gerade Null wird.
- Bei Normalinvestitionen ist der Kapitalwert genau dann positiv, wenn der Kalkulationszinsfuß kleiner ist als der interne Zinsfuß.
- Der interne Zinsfuß gibt als kritischer Wert den Bereich für die Finanzierungskosten an, für den die Durchführung der Investition vorteilhaft ist.

### C: 3. Berücksichtigung der Ungewissheit

#### Sensitivitätsanalyse:

- Ein relativ einfaches Verfahren zur Einbeziehung der Unsicherheit besteht darin, die Investitionsrechnung zunächst auf der Basis quasi-sicherer Erwartungen durchzuführen. In einem zweiten Schritt wird dann geprüft, wie empfindlich das Rechenergebnis auf Abweichungen bei den Ausgangsdaten reagiert. Dieses Verfahren wird als Sensitivitätsanalyse bezeichnet.
- Methode der kritischen Werte: Bei der Methode der kritischen Werte fragt man nach den Grenzen, innerhalb derer ein Parameter liegen kann, ohne dass die Vorteilhaftigkeit der betrachteten Alternative verloren geht.

**Investitionsprojekt:**

- Anfangsauszahlung ( $A_0$ )
  - gleichbleibende jährliche Zahlungsüberschüsse in Höhe von  $a$  für  $T$  Jahre
- Bsp.:  $I \{-300; 100; 100; 100; 100\}$ ;  $i = 0,1$ ;  $V_0 = 16,99$ ;  $i^* = 0,1259$

Es gilt:

$$\begin{aligned} V_0 &= \sum_{t=1}^T a \cdot q^{-t} - A_0 \\ &= a \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{q^t} - A_0 \\ &= a \cdot \frac{q^T - 1}{q^T \cdot (q - 1)} - A_0 \\ &= a \cdot RBF_T - A_0 \end{aligned}$$

Die jährlichen Zahlungsüberschüsse  $a$  ergeben aus:

$$a = (p \cdot x - k_v \cdot x - K_f) = (p - k_v) \cdot x - K_f$$

Symbole:

- $p$  Preis pro Stück  
 $k_v$  auszahlungswirksame variable Kosten pro Stück  
 $K_f$  auszahlungswirksame fixe Kosten pro Jahr  
 $x$  Produktions- und Absatzmenge pro Jahr

$$V_0 = [(p - k_v) \cdot x - K_f] \cdot RBF_T - A_0$$

### Preisuntergrenze $p^*$

$$0 = [(p - k_v) \cdot x - K_f] \cdot RBF_T - A_0$$

$$p^* = \frac{(A_0 / RBF_T) + K_f}{x} + k_v$$
$$= \frac{(A_0 \cdot KWF_T) + K_f}{x} + k_v$$

### Kritische Menge $x^*$

$$0 = [(p - k_v) \cdot x - K_f] \cdot RBF_T - A_0$$

$$x^* = \frac{(A_0 / RBF_T) + K_f}{p - k_v}$$
$$= \frac{(A_0 \cdot KWF_T) + K_f}{p - k_v}$$

$$RBF_T = \frac{1}{KWF_T}$$

### Ergebnis:

- Mit dem Verfahren der kritischen Werte erhält man zusätzliche Informationen über die unsicheren Größen.
- Da sich die Analyse immer nur auf einen Parameter bezieht, wobei die anderen unsicheren Größen als konstant vorausgesetzt werden, kann das Unsicherheitsphänomen nur unvollkommen erfaßt werden.
- Bessere Einblicke in die Unsicherheitsproblematik der Entscheidung erhält man z.B. durch Verfahren der Risikoanalyse, die hier aber nicht betrachtet werden.