

Martens: Übungen in der Betriebswirtschaftslehre, #6

(Investitionsplanung)

08.12.2006

- Der **Kalkulationszinsfuß**¹ gibt die vom Investitionsprojekt geforderte Mindestverzinsung an.
-

3.4 Formulierung von Entscheidungsregeln

...

3.4.2 Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte

3.4.2.1

Investitionsprojekte mit gleicher Laufzeit

- Entscheidungsregel: realisiere dasjenige Projekt, für das der **Kapitalwert**, **Endwert**, die **Annuität maximal** und größer Null sind.
- Beispiel

Investition A = {-1.200; 368; 440; 398; 456}

Investition B = {-1.500; 440; 508; 660; 580}

bei einer Verzinsung von 10%

$$\Rightarrow KW_A = 1.308,66 - 1.200 = 108,66$$

$$\Rightarrow EW_A = 1.916,01 - 1.200 \cdot 1,1^4 = 1.916,01 - 1.756,92 = 159,09$$

alternativ ist der Endwert statt durch Berechnung (Methode mit dem Taschenrechner vice versa zur Bestimmung des Kapitalwerts) direkt aus dem Kapitalwert zu bestimmen:

$$EW_A = 108,66 \cdot 1,1^4 = 159,09$$

$$\Rightarrow C_A = 108,66 \cdot KWF(10\%, 4) = 34,28$$

$$\Rightarrow KW_B = 1.711,85 - 1.500 = 211,85$$

$$\Rightarrow EW_B = 211,85 \cdot 1,1^4 = 310,17$$

$$\Rightarrow C_B = 211,85 \cdot KWF(10\%, 4) = 66,83$$

Bei allen drei Parametern zeigt sich, daß Investition B vorteilhafter ist. Alternativ kann dies auch über die Bestimmung der **Differenzinvestition** und deren Kapitalwert festgestellt werden. Dieses Verfahren ist aber für eine Kapitalwertrechnung nicht hilfreich.

¹ in der Praxis etwa 5 – 10%

3.4.2.2

Investitionsprojekte mit unterschiedlicher Laufzeit

- **Endwertvergleich** Projekt A: 4 J. LZ
 Projekt B: 5 J. LZ
wenn $EW_A \geq EW_B \Rightarrow$ keine weitere Prüfung nötig, A ist vorzuziehen
wenn $EW_A < EW_B \Rightarrow$ ⚡ Bewertung bzw. Vergleich nur möglich, wenn die LZ nivelliert wird

Beispiel

$i = 10\%$

A = {-1.200; 368; 440; 398; 456} $EW_A = 159,09$

B = {-1.400; 530; 490; 390; 360; 130} $EW_B = 171,35$

zunächst: $EW_A < EW_B$

durch Wiederanlage bei A (Aufzinsung bis $t=5$) ergibt sich aber $EW_A^{t5} = 159,09 \cdot 1,1 = 175,00$

ergo: $EW_A^{t5} > EW_B$

- mit **Kapitalwertvergleich**
A beginnt in t_0
B beginnt in t_1
wenn $KW_A \geq KW_B \Rightarrow$ keine weitere Prüfung nötig, A ist vorzuziehen
wenn $KW_A < KW_B \Rightarrow$ ⚡ Bewertung bzw. Vergleich nur möglich, wenn die LZ nivelliert wird

Beispiel

$i = 10\%$

A = {-1.200; 368; 440; 398; 456}

B = {-1.400; 540; 490; 390; 360; 130}

$KW_A = 108,66 < KW_B = 115,49$

da die Wiederanlage bei A zum Kalkulationszinsfuß erfolgt, ist der Kapitalwert für die letzte Periode gleich Null, – trotz unterschiedlicher LZ können direkt die beiden Kapitalwerte miteinander verglichen werden

- mit **Annuitätenvergleich** Projekt A: 4 J. LZ
 Projekt B: 5 J. LZ
wenn $C_A \leq C_B \Rightarrow$ keine weitere Prüfung nötig, B ist vorzuziehen
wenn $C_A > C_B \Rightarrow$ ⚡ Bewertung bzw. Vergleich nur möglich, wenn die Annuitäten auf die gleichen Perioden bezogen werden

Beispiel

$i = 10\%$

A = {-1.200; 368; 440; 398; 456} $C_A = 108,66 \cdot KWF(10\%,4J) = 34,28$

B = {-1.400; 540; 490; 390; 360; 130} $C_B = 115,49 \cdot KWF(10\%,5J) = 30,47$

zunächst: $C_A > C_B$

da die LZ von Projekt A kürzer ist, ist auch die Annuität höher; bezieht man aber die Annuität von A auf die gleiche LZ, ergibt sich $C_A^{t5} = 108,66 \cdot KWF(10\%,5J) = 28,66$

ergo: $C_A^{t5} < C_B$

Übungen (vgl. „martens_06_aufgaben-2_061208.pdf“)

- Ü1: $EW_A = 4.504,33 < EW_B = 5.408,49 \Rightarrow$ Projekt B ist vorteilhafter
- Ü2: a) $KW = 22,10$
 $C = 22,10 \cdot KWF(14\%,4J) = 7,58$
b) $C = 22,10 \cdot KWF(14\%,3J) = 9,52$
- Ü3: Investitionsprojekt I = {-100.000; 25.000; 25.000; 25.000; 25.000; 25.000; 35.000}
 $KW = 7.851,49$
 $EW = KW \cdot q^n = 7.851,49 \cdot 1,12^6 = 15.497,45$

Für die Annuität sind drei Berechnungswege denkbar:

$$C = KW \cdot KWF(12\%,6J) = 1.909,72$$

oder

$$C = EW \cdot RVF(12\%,6J) = 1.909,72$$

oder

Gleichförmigkeit der Zahlungsreihe ausnutzen:

$$C = a + A_0 \cdot KWF(12\%,6J) + 10.000 \cdot RVF(12\%,6J) = 25.000 - 24.323 + 1.232,72 = 1.909,72$$

- Ü4: Betrachtung dreier Alternativen; Beachtung unterschiedlicher LZ

Alt. 1 $KW = 245,90$

$$EW = 245,90 \cdot 1,09^5 = 378,35$$

sic! Trotz LZ von 3 Perioden auf 5 berechnen.

$$C = 245,90 \cdot KWF(9\%,5J) = 63,22$$

Alt. 2 $KW = 277,77$

$$EW = 277,77 \cdot 1,09^5 = 427,38$$

$$C = 277,77 \cdot KWF(9\%,5J) = 71,41$$

Alt. 3 $KW = 266,39$

$$EW = 266,39 \cdot 1,09^5 = 409,88$$

$$C = 266,39 \cdot KWF(9\%,5J) = 68,49$$

Der **Kapitalwert**-Vergleich ist trotz unterschiedlicher LZ unproblematisch. Bei den **Endwerten** ist die LZ wichtig – für die Vergleichbarkeit sind alle Fälle auf 5 Perioden aufzuzinsen. Beim **Annuitäten**-Vergleich ist es nicht zwingend, alle Alternativen auf 5 Perioden zu beziehen, – wichtig ist nur, mit dem errechneten Kapitalwert die Annuität mit denselben LZ zu vergleichen.

- Zusätzliche Übung

Ein Mensch habe **120.000 Euro** Gewinn zur Verfügung und suche nun nach einer günstigen Anlageform. Sein Kriterium sei die **Maximierung** des **Kapitalwerts**. Der **Kalkulationszinsfuß** betrage **6%**.

a) Beteiligung an Unternehmen als stiller Gesellschafter mit 90.000 Euro;

Rückzahlung in 6 Jahresraten zu je 19.000 Euro.

b) Darlehensgewährung in Höhe von 75.000 Euro an Dritten;

nach 8 Jahren Rückzahlung von 160.000 Euro.

c) Anlage auf Sparbuch zu sicherem Zins von 6% p.a.

d) Investitionsprojekt mit Auszahlung von 100.000 Euro:

t	1	2	3	4	5	6	7
a(t)	20.000	25.000	30.000	30.000	25.000	20.000	10.000

e) Darlehensgewährung in Höhe von 60.000 Euro mit vereinbarter Rückzahlung in 4 Raten gleichen Betrags in den ersten 4 Jahren incl. 10% Zinsen p.a.

Bei allen Teilaufgaben ist das freibleibende Kapital zu vernachlässigen, da es bei paralleler Anlage zu den Investitionsobjekten zu einem Kapitalwert von Null führt.

a) Alternativ ist der KW wir gehabt für die Zahlungsreihe {19.000; 19.000; 19.000; 19.000; 19.000; 19.000} mit dem Ergebnis $KW = 3.429,16$ zu bestimmen

oder

aufgrund der Gleichförmigkeit der Zahlung und Interpretation als Rente mit dem Rentenbarwertfaktor zu arbeiten. Ergebnis: $KW = -A_0 + a \cdot RBF(6\%,6J) = 3.429,16$

b) $KW = -75.000 + 160.000/1,06^8 = 25.385,98$

c) Da der Sparbuchzins dem Kalkulationszinsfuß entspricht gilt $KW = 0$

d) $KW = -100.000 + 129.500,46 = 29.500,46$

e) Im ersten Schritt ist die Höhe der jährlichen Zahlung (=Rente) zu bestimmen:

$$C = 60.000 \cdot KWF(10\%,4J) = 18.928,25$$

Mit der Annuität ist der Kapitalwert zu errechnen:

$$KW = -60.000 + 18.928,25 \cdot RBF(6\%,4J) = 5.588,39$$

3.5 Der interne Zinsfuß als Beurteilungskriterium

3.5.1 Definition, Ermittlung und Interpretation

Definition

Der **interne Zinsfuß** i^* einer Zahlungsreihe ist derjenige Zinssatz, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinssfuß der Kapitalwert gleich Null wird: $KW = \sum_{t=0}^T a_t \cdot (1+i^*)^{-t} = 0$

Zur Bestimmung des internen Zinsfuß' ist demnach der Kapitalwert Null zu setzen und nach i^* aufzulösen; das ist bei einer Periode noch überschaubar, bei zweien aber schon aufwändiger und bei kubischen Bestandteilen schwierig.